Считаем степени свободы

Векторное поле

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \dots \\ \phi_n \end{pmatrix}$$

n или 2n степеней свободы
Уравнения движения — К.Ф.Г.

$$A_\mu, \qquad -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

Калибровочное векторное поле U(1)
Уравнения движения: К.Ф.Г. без массы
Есть поперечность
2 степени свободы (видели!)

$$B_\mu, \qquad -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{m^2}{2}B_\mu B^\mu$$

А если добавим в лагранжиан массу?
Уравнения движения: К.Ф.Г.
Есть поперечность
Нет калибровочной инвариантности
3 степени свободы

$$A^a_\mu, \qquad a = 1,2,3 \qquad -\frac{1}{4}\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu})$$

Калибровочное векторное поле SU(2)
Антиэрмитовые бесследовые матрицы.
Уравнения движения: ЯМ

$$\sigma_1 A^1_\mu + \sigma_2 A^2_\mu + \sigma_3 A^3_\mu$$

Как три поля ЭД
Есть поперечность, калибр. инвар.
2x3 степени свободы

АНАЛОГИЧНО
9 степеней свободы

Пример 1. ЭД, $U(1)$ $\qquad \phi(x) = \phi_1(x) + i\phi_2(x)$

$$\phi^{(\text{вакуум})} + \begin{pmatrix} \chi \\ \psi \end{pmatrix}$$

$$A^{(\text{вакуум})}_\mu = 0$$

Раскладывали в окрестности вакуума

$$S[\phi_1.\phi_2, A] \to S[\chi, B_\mu = A_\mu + \frac{\partial_\mu \psi}{\text{Const}}] = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \text{Const}B_\mu B^\mu +$$

+ массивый скалярный «хиггс»

Посмотрите, из чего слепилась константа массы «хиггса». Поле пси пропало из S

Пример 2. ЯМ, $SU(2)$ Калибровочное поле (трехкомпонентное)

$$A^a_\mu, \qquad a = 1,2,3 \qquad -\frac{1}{4}\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu})$$

$$\phi^{(\text{вакуум})} + \begin{pmatrix} \psi_1 + i\psi_2 \\ \psi_3 + i\psi_4 \end{pmatrix}$$

$$S[\psi_{1,2,3,4}, A^a_\mu] \to S[\chi = \text{ЛК}(\psi_i), B_\mu] =$$

$$= -\frac{1}{4}\mathrm{Tr}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \text{Const}B_\mu B^\mu$$

Пример 3. (Глэшоу-)Вайнберг-Салам