

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ МИНИМУМ



УДК 530.12
ББК 22.3
Т35

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ МИНИМУМ

Учебное пособие.

Пособие предназначено для повторения основных понятий и определений, встречающихся в школьном курсе термодинамики. Основное внимание уделяется обсуждению физических принципов, лежащих в основе термодинамики. Знакомство с пособием рекомендуется как начальный этап подготовки к решению олимпиадных задач по физике. Конспективный характер пособия позволяет использовать его в качестве тематического справочника.

Для школьников 10-х – 11-х классов, абитуриентов, студентов младших курсов вузов, школьных учителей, руководителей школьных физических кружков, преподавателей заочных и вечерних физических школ и подготовительных курсов. Пособие может быть полезно преподавателям вузов, занимающимся организацией физических олимпиад.

Составители: М.В. Комарова, М.Ю. Налимов.

©Физический факультет СПбГУ

1 Термодинамика

Термодинамика нужна для описания превращения теплоты в механическую работу и обратно.

Термодинамику можно применять не к любым системам. **Границы применимости** принципов термодинамики, а также обобщение её законов изучается наукой, которая называется «**статистическая физика**». Термодинамика не описывает микропроцессы (такие как взаимодействия отдельных атомов); её предсказания относятся только к характеристикам макроскопической системы

Термодинамика основана на **постулатах** или, как говорят, **началах**. Постулаты термодинамики подтверждаются многочисленными экспериментами. Из постулатов выводятся разнообразные **термодинамические законы**, подобно тому, как из законов Ньютона можно вывести законы движения самых разнообразных механических систем.

Термодинамическая система — система с большим числом степеней свободы (т. е. состоящая из большого числа движущихся/колеблющихся атомов/молекул). Размеры и время существования термодинамической системы должны позволять вводить **термодинамические величины**, такие как **температура**, **давление** и некоторые другие. Термодинамические величины описывают свойства коллективного движения атомов системы и не относятся к отдельным микрочастицам. В качестве термодинамической системы часто выступает некоторое количество газа или жидкости, заполняющих отведенный им объем.

Термостат – среда, в которую погружена термодинамическая система, её окружение.

Термодинамическое равновесие - отсутствие в системе наблюдаемых изменений термодинамических величин; в равновесии некоторые термодинамические величины системы и термостата выравниваются.

Процесс установления равновесия в системе называется **релаксацией**. Сами процессы релаксации равновесной термодинамикой не рассматриваются. Равновесие устанавливается как в результате взаимодействий частиц внутри системы, так и посредством ее взаимодействия с термостатом. Термостат при этом считается находящимся в равновесии с самим собой и настолько большим, что его собственное равновесие не нарушается при взаимодействии с системой.

Пример установления термодинамического равновесия: в жидкость, имевшую всюду некоторую температуру, помещается тело с другой температурой. Через некоторое время пройдет релаксационный процесс выравнивания температуры жидкости и тела.

2 Определение и измерение термодинамических величин

Нулевое начало термодинамики: если система А и система В находятся в термодинамическом равновесии с системой С, то система А и система В также находятся в равновесии друг с другом.

Давление в термодинамике

Газ или жидкость, находящиеся в сосуде, производят на стенки сосуда **давление**. В отличие от твердых тел, которые давят на опору вниз благодаря своему весу, жидкости и газы оказывают некоторое давление p_0 на стенки сосуда даже в условиях невесомости. Это связано с тем, что молекулы/атомы газа или жидкости движутся и испытывают столкновения со стенками сосуда.

В случае наличия силы тяжести, на стенки сосуда со стороны жидкости, кроме p_0 , будет действовать гидростатическое давление жидкости ρgh , обусловленное тем, что верхние слои жидкости «лежат» на нижних. Для газов обычно подразумевается, что величина ρgh мала по сравнению с p_0 , так что ею можно пренебречь.

Внешнее давление, оказываемое на жидкость или газ, сжимает их до тех пор, пока увеличившееся число столкновений молекул со стенками и, следовательно, величина p_0 не компенсирует внешнее воздействие. Одинаковое увеличение p_0 по всему сосуде при воздействии на систему внешнего сжимающего давления называется **законом Паскаля**.

Давление газа или жидкости **можно установить, пользуясь определением давления, введенным в механике** твердых тел, $p = F/S$. Прибор, измеряющий давление жидкости или газа называется **манометром**. Простой пример манометра — пружина, уравнивающая силу давления газа на поршень (см. рис. 1). Такой прибор с помощью динамометра может показать силу давления газа на поршень

$$F_d = pS = kx.$$

При измерении давления часто используют манометры разных конструкций. Механический манометр, пример которого мы рассмотрели позволяет гарантировать, что определение давления в механике и термодинамике будет согласованным.

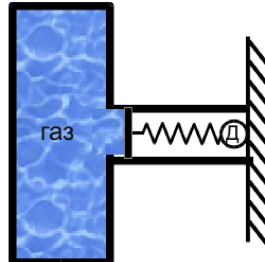


Рис. 1:

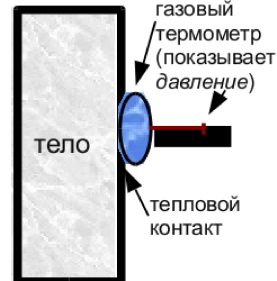


Рис. 2:

Температура в термодинамике. Шкала температур

Температура – мера нагретости тела. Одинаково нагретые системы – те, которые при контакте не обмениваются энергией. Системы, приведённые в термодинамическое равновесие, имеют одинаковую температуру.

Температурная шкала – способ присваивать температуре универсальные численные значения.

Температурная шкала может быть универсальным образом установлена при помощи **газового термометра**. В газовом термометре достаточно разреженный газ в сосуде фиксированного объёма приводится в термодинамическое равновесие с телом, температура которого измеряется (см. рис. 2). Измеряемой величиной является давление газа в термометре (измерение давления мы уже обсудили).

По определению отношением температур двух систем называется отношение показаний для них газового термометра:

$$T_1/T_2 = p_1/p_2 \quad (1)$$

Экспериментально установлено, что **независимо от природы разреженного газа** в термометре, это отношение всегда одно и то же. Чем более разреженный газ в газовом термометре, тем точнее его показания.

Чтобы присвоить температуре численные значения с помощью (1), требуется выбрать температуру, с которой мы будем сравнивать все остальные температуры, а также масштаб температурной шкалы. Для этой цели можно использовать точку заморзания T_f и точку кипения T_b воды при давлении воздуха 1 атм. Тщательные измерения с помощью газового термометра показали, что

$$T_b/T_f \simeq 1,36609 \quad (2)$$

Выбор масштаба

$$T_b - T_f = 100 \text{ градусов} \quad (3)$$

задаёт **абсолютную шкалу Кельвина** или **шкалу абсолютной температуры**. Система уравнений (2, 3) позволяет легко посчитать, что в этой шкале $T_b = 373,15$, а $T_f = 273,15$.

При измерении температуры часто используют термометры разных конструкций. **Газовые термометр**, пример которого мы рассмотрели, **в совокупности с универсальным законом (1) и нулевым началом термодинамики** позволяет гарантировать, что **всем телам в термодинамическом равновесии** возможно **однозначно присвоить** универсальный термодинамический параметр – **температуру**.

3 Термодинамические процессы

Уравнением состояния термодинамической системы, состоящей из одного компонента, называется соотношение, связывающее давление, объём и температуру системы. Вид уравнения состояния зависит

только от свойств вещества, образующего систему. **Уравнение состояния можно вывести** математически, взяв за основу микроскопическую модель вещества и учтя статистические свойства движения её микроскопических элементов (атомов/молекул).

Примером уравнения состояния в случае идеального газа является **уравнение Клайперона - Менделеева** $pV = \nu RT$. У жидкостей и неидеальных газов уравнение состояния имеет вид, отличный от уравнения Клайперона-Менделеева. Другим примером уравнения состояния является **уравнение Ван дер Ваальса**

$$\left(p + \frac{a\nu^2}{V^2}\right)(V - b\nu) = \nu RT,$$

где a и b – некоторые константы. По сравнению с идеальным газом в модели Ван дер Ваальса учтены силы притяжения между молекулами (давление на стенку меньше, чем у идеального газа за счёт сил, втягивающих молекулы приграничного слоя внутрь); кроме того учтено, что сами молекулы газа занимают в сосуде некоторый объём.

Идеальный газ – это газ, взаимодействием молекул которого можно пренебречь.

Пар – газ некоторого вещества, образовавшийся в результате испарения жидкой фазы того же вещества и/или находящийся в термодинамическом состоянии, близком к точке испарения/конденсации.

Квазистатический процесс – процесс, в каждый момент которого термодинамическая система находится в равновесии сама с собой и со своим окружением. Пример неквазистатического процесса: расширение газа в вакуум. В каждый момент квазистатического процесса система обладает определенными значениями термодинамических параметров, поэтому переход можно изображать некоторой линией, например, на диаграмме $p - V$, $p - T$, $V - T$.

Адиабатический процесс – процесс, в котором система не обменивается с термостатом теплотой.

Изотермический процесс – квазистатический процесс, при котором температура системы остается неизменной.

Изобарический процесс – квазистатический процесс, при котором давление системы остается неизменным.

Изохорический процесс – квазистатический процесс, при котором объем системы остается неизменным.

4 Внутренняя энергия, теплота и работа

Внутренняя энергия – суммарная механическая энергия хаотически движущихся атомов/молекул, образующих термодинамическую систему. Движение системы как целого не является хаотическим, поэтому внутренняя энергия – сумма потенциальной и кинетической энергии в системе центра масс. Внутренняя энергия пропорциональна количеству вещества газа (это свойство называется «**аддитивность**»). В случае идеального газа потенциальной энергией взаимодействия молекул можно пренебречь, поэтому **внутренняя энергия идеального газа** – суммарная кинетическая энергия атомов/молекул в системе центра масс сосуда.

Теплота – энергия, переданная в ходе теплообмена между горячим и холодным телами.

Как правило, термодинамическая система оказывает давление на стенки сосуда, в котором заключена. Поэтому стенки сосуда удерживают газ благодаря некоторым – **внешним силам**, которые не дают им разлететься в разные стороны. В случае замкнутого сосуда такими силами оказываются упругие силы деформации сосуда. Если газ находится в сосуде с поршнем, какая-то внешняя сила должна удерживать поршень – это может быть вес поршня, внешнее атмосферное давление или некоторая дополнительная сила (см. рис. 3).

Если система изменяет объём, она совершает **работу против внешних сил**, положительную (если изменение объёма $\Delta V > 0$) или отрицательную (если $\Delta V < 0$).

Докажем: Работа, совершаемая газом при изменении объема на малую величину ΔV , представима в виде $p\Delta V$.

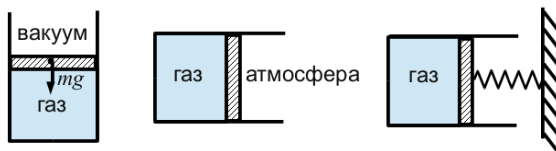


Рис. 3:

Доказательство. Рассмотрим площадку S , которая сдвигается под действием газа на Δx , так что объём системы медленно увеличивается на $\Delta V = S\Delta x$ (см. рис. 4). По определению работа равна $F\Delta x$, где F - сила, совершающая работу. В роли силы, совершающей работу, выступает сила давления, для которой справедливо $F = pS$.

Изменение объёма выберем достаточно малым для того, чтобы давление системы изменилось незначительно и его можно было считать постоянным. Тогда работа равна

$$F\Delta x = p(S\Delta x) = p\Delta V.$$

Следствие 1. В квазистатическом процессе работа численно равна площади под графиком $p(V)$, изображающим процесс.

Следствие 2. Формула для работы $p\Delta V$ доказана только в квазистатических процессах. В быстрых, неквазистатических процессах она оказывается неверна.

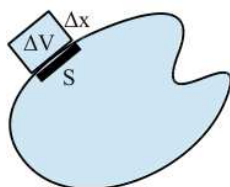


Рис. 4:

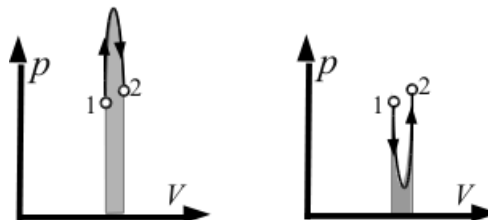


Рис. 5:

5 Два типа малых величин в термодинамике

При исследовании термодинамических систем часто бывает удобно рассматривать такие квазистатические процессы, при которых термодинамические величины изменяются мало. При этом оказывается, что малые величины бывают двух типов 1) Будем обозначать символом Δ малую величину, которая однозначно представляется в виде разности осмысленной физической величины в конечном и начальном состоянии. Примеры: изменение объёма $\Delta V = V_{\text{к}} - V_{\text{н}}$, изменение температуры $\Delta T = T_{\text{к}} - T_{\text{н}}$, изменение внутренней энергии системы $\Delta U = U_{\text{к}} - U_{\text{н}}$.

2) Будем обозначать символом δ малую величину, которая зависит не только от конечного и начального состояния системы, но и от того, каким способом система была переведена из начального положения в конечное. Пример: работа, совершенная системой, δA , при переходе между близкими состояниями 1 и 2 зависит от всех промежуточных точек процесса перехода – линии на графике $p(V)$ (см. рис. 5, площадь, численно равная работе, заштрихована в каждом случае). Аналогично – теплота, полученная системой при переходе между близкими состояниями 1 и 2 также зависит не только от начального и конечного состояния системы, но и от процесса, в котором система получала теплоту.

6 Первое начало термодинамики

Первое начало термодинамики – закон, отражающий эквивалентность понятий «теплота» и «механическая работа» на микроскопическом уровне. Имеет вид

$$\delta Q = \delta A + \Delta U,$$

где δQ – теплота, полученная системой, δA – работа, совершённая системой, ΔU – увеличение внутренней энергии системы. В данной форме записи закон выполняется и в квазистатических, и в неквазистатических процессах.

Теплоёмкость – отношение теплоты, переданной системе, δQ , к изменению в результате этого температуры системы, ΔT : $C = \delta Q / \Delta T$.

Экспериментальный факт: внутренняя энергия идеального газа является функцией только его температуры.

- Одноатомный газ $U = 3NkT/2$.
- Двухатомный газ $U = 5NkT/2$.
- Многоатомный газ $U = 6NkT/2$.

Обобщение: $U = iNkT/2$, где i – **число степеней свободы** у молекулы газа. Коэффициент пропорциональности k называется **постоянной Больцмана**.

Факт был установлен Джеймсом Джоулем («**опыт Джоуля**»), который проверял неизменность температуры при резком расширении газа в теплоизолированную вакуумную камеру. В опыте Джоуля газ не совершал работы против внешних сил (расширялся в вакуум) и не получал теплоты, из-за чего по первому началу термодинамики его внутренняя энергия была фиксирована.

Следствие 1. Средняя энергия $\langle \epsilon \rangle$, приходящаяся в идеальном газе на одну молекулу, $\langle \epsilon \rangle = ikT/2$.

Следствие 2. Среднеквадратичная скорость $\langle v^2 \rangle$ движения молекул идеального газа,

$$\langle mv^2/2 \rangle = ikT/2 \quad \Rightarrow \quad \langle v^2 \rangle = ikT/m,$$

где m – масса одной молекулы. Отсюда получается «средняя» скорость молекул,

$$u = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{ikT/m}. \quad (4)$$

Средние скорости молекул.

В действительности молекулы газа имеют самые разные скорости: имеются и быстрые, и медленные молекулы. Соотношение количества быстрых и медленных молекул в газе задаётся формулой, которая называется **распределение Максвелла**.

Вычисление среднеквадратичной скорости – суммирование величины v^2 для всех молекул и деление результата на число молекул. Однако среднюю скорость можно определить и иначе, например, можно ввести «среднюю по модулю скорость»: для этого просуммируем модуль скорости каждой молекулы и разделим получившуюся сумму на число молекул. Можно придумать и другие способы усреднения для получения средней скорости. Результатом вычисления средних любого типа будет выражение вида $s\sqrt{kT/m}$, где под корнем стоит величина, определяющая размерность ответа, одинаковая для всех способов усреднения. Коэффициент s – безразмерное число, которое немного отличается для различных способов усреднения. Для $\langle v^2 \rangle$ величина $s = \sqrt{3}$, для $\langle |v| \rangle$ величина $s = \sqrt{8/\pi}$. Этот результат легко получить, используя формулу для распределения Максвелла.

Итак, говоря о средней скорости молекулы в газе нужно быть внимательным и использовать то среднее, которое соответствует постановке задачи.

Равнораспределение. Отличие выражений внутренней энергии для одноатомных, двухатомных и многоатомных газов можно объяснить. Молекулы одноатомного газа лишь движутся в пространстве. Однако более сложные молекулы могут вращаться. Соответствующая кинетическая энергия вращения компонентов молекулы вокруг её центра масс также даёт вклад во внутреннюю энергию. В рамках статистической физики можно доказать **теорему о равнораспределении**. Во многих случаях на каждую степень свободы молекулы приходится движение с кинетической энергией $kT/2$. **Поступательных степеней свободы** у всех молекул три, у любого газа им соответствует вклад во внутреннюю энергию, равный $3NkT/2$ (N молекул с тремя степенями свободы каждая).

Учтем теперь **вращательные степени свободы**. Важно, что движение двухатомных молекул можно представить как сумму вращений вокруг двух независимых осей, а движение трех- и более многоатомных молекул — как сумму трех вращений вокруг трех пространственных осей. Вращение двухатомной молекулы-палочки, при котором центры атомов не сдвигаются, не должно учитываться (см. рис. 6).

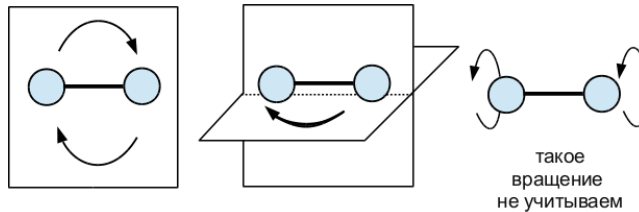


Рис. 6:

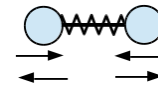


Рис. 7:

Это связано с тем, что кинетическая энергия такого вращения при обычных условиях гораздо меньше энергии двух других вращений. Говорят, что такая степень свободы «**вымораживается**». Степень свободы вымораживается, когда соответствующее движение молекулы не подчиняется классической механике, и для её описания приходится использовать квантовую механику. В этом случае теорема о равнораспределении не распространяется на такую степень свободы. При достаточно низких температурах (для большинства газов – порядка десятка градусов Кельвина) начинают вымораживаться и остальные вращательные степени свободы.

На самом деле у молекул есть также **колебательные степени свободы** (см. рис. 7), однако при температурах ниже 10^3 К они выморожены.

7 Второе начало термодинамики

Механическая работа может быть целиком превращена в теплоту (например, за счет трения). Превращение теплоты в работу связано с ограничениями, которые описываются вторым началом термодинамики.

Эквивалентные формулировки второго начала термодинамики:

- **Постулат Кельвина:** невозможен процесс, единственным конечным результатом которого будет превращение в работу теплоты, взятой от одного источника.
- **Постулат Клаузиуса:** невозможен процесс, единственным конечным результатом которого был бы переход теплоты от менее нагретого тела к более нагретому.

Циклические процессы используют в термодинамических машинах для преобразования потока тепла в работу и наоборот. Такие процессы изображаются на диаграммах $P(V)$, $V(T)$ и $P(T)$ замкнутыми линиями.

Вещество, над которым производят циклический процесс, называют **рабочим телом** или **рабочим веществом**. В качестве рабочего тела будем обычно рассматривать идеальный газ, поскольку он имеет простое и хорошо известное уравнение состояния.

На каждом малом участке газового цикла, в соответствии с первым началом термодинамики $\delta Q = \delta A + \Delta U$, газ совершает работу ($\delta A > 0$) или работа совершается над газом какими-то внешними силами ($\delta A > 0$). Кроме того на каждом участке цикла газу или передается тепло ($\delta Q > 0$) или отбирается тепло ($\delta Q < 0$).

Чтобы передать газу тепло, нужно привести его в контакт с внешним телом, более горячим, чем газ в этот момент. Значит, для осуществления термодинамического цикла нужен по крайней мере одно тело, которое горячее газа в любой момент, когда газ получает теплоту извне. Аналогично, чтобы на всех участках цикла, где $\delta Q < 0$, отнять у газа теплоту, нужен хотя бы одно тело, которое холоднее газа на любом участке цикла, когда газ отдаёт теплоту наружу. Итак, чтобы цикл работал, нужны два внешних тела с разными температурами. Более горячее из них будем называть **нагреватель**, а более холодное – **холодильник**.

Тепловая машина – механизм, в котором работа производится за счёт передачи теплоты рабочему телу от нагревателя, а теплоты от рабочего тела – холодильнику.

КПД тепловой машины – отношение работы, совершенной машиной за цикл к теплоте, переданной машине от нагревателя, $\eta = A/Q_n$. По первому началу термодинамики $A = Q_n - Q_x$, поэтому $\eta = (Q_n - Q_x)/Q_n$.

У тепловой машины должно быть $A > 0$. Для этого достаточно, чтобы цикл на графике $P(V)$ шёл по часовой стрелке. В этом случае на графике $p(V)$ участки, на которых газ совершает положительную работу, будут выше участков, где газ совершает отрицательную работу, так что суммарная работа окажется положительной.

Холодильная машина – механизм, в котором, чтобы отбирать теплоту у холодильника, используется работа, которая производится над газом. Теплота, отобранная у холодильника передаётся затем нагревателю.

В таком цикле на участках, где $\delta Q > 0$, газ имеет температуру ниже, чем на участках, где $\delta Q < 0$. В роли холодильной машины можно использовать цикл тепловой машины, запущенный против часовой стрелки.

КПД холодильной машины – отношение теплоты, которую машина отобрала за цикл у холодильника к работе, которую внешние силы совершили над газом за цикл, $\eta = Q_x/A = Q_x/(Q_n - Q_x)$.

Тепловой насос механизм, в котором, чтобы передавать теплоту нагревателю, используется работа, которая производится над газом. В таком цикле теплота, передаваемая нагревателю забирается от холодильника. Легко заметить, что тепловой насос и холодильная машина работают одинаково, и могут иметь одинаковый цикл. Отличие заключается лишь в цели, которой добиваются с их помощью, и, следовательно, в определении КПД.

КПД теплового насоса – отношение теплоты, которую машина передала нагревателю к работе, которую внешние силы совершили над газом за цикл, $\eta = Q_n/A = Q_n/(Q_n - Q_x)$.

Цикл Карно – единственно возможный обратимый цикл, в котором совершение работы происходит при использовании двух источников теплоты с фиксированными температурами.

Опираясь на второе начало термодинамики можно доказать, что **КПД цикла Карно не зависит от того, какое вещество используется в качестве рабочего тела** (идеальный газ, неидеальный газ, жидкость или твердое тело). При заданных температурах нагревателя и холодильника T_n и T_x КПД тепловой машины, работающей на цикле Карно, наибольший.

Вычисление КПД цикла Карно очень просто. В вышеприведённых формулах в случае цикла Карно нужно просто заменить Q_n на T_n , Q_x на T_x . Например, тепловой насос, работающий на цикле Карно будет иметь КПД $\eta = T_n/(T_n - T_x)$.

8 Доказательство избранных формул для идеального газа

8.1 Теплоёмкость в изохорическом процессе: $C_V = iNk/2$

Доказательство:

$$C_V \equiv \frac{\delta Q}{\Delta T} = \frac{\delta A + \Delta U}{\Delta T}.$$

Используем, что $V = \text{const}$, т.е. $\Delta V = 0$, $\delta A = 0$. Отсюда

$$C_V = \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{i}{2} \frac{Nk\Delta T}{\Delta T} = \frac{iNk}{2}.$$

8.2 Теплоёмкость в изобарическом процессе: $C_P = (i + 2)Nk/2$

Доказательство:

$$C_P = \frac{\delta Q}{\Delta T} = \frac{\delta A + \Delta U}{\Delta T} = \frac{p\Delta V + iNk\Delta T/2}{\Delta T} = \frac{p\Delta V}{\Delta T} + \frac{iNk}{2}.$$

Из уравнения Клайперона-Менделеева $pV = NkT$, поэтому при постоянном давлении $p\Delta V = Nk\Delta T$. Отсюда

$$C_P = \frac{p\Delta V}{\Delta T} + \frac{iNk}{2} = Nk\Delta T + \frac{iNk}{2} = \frac{(i + 2)Nk}{2}.$$

8.3 Уравнение Клайперона-Менделеева

Проведём упрощённый вывод уравнения, рассмотрев модель идеального одноатомного газа, в котором все частицы летают со скоростью $u = \sqrt{ikT/m}$ строго вдоль трёх декартовых осей. Будем также считать, что все молекулы сталкиваются со стенкой абсолютно упруго.

Рассмотрим участок стенки площадью S . За время Δt на него «налетят» молекулы, расположенные на расстоянии $u\Delta t$ от стенки, скорости которых направлены к S . Для определенности будем считать, что это молекулы, которые летят вдоль оси ox .

Всего со стенкой столкнутся молекулы, попавшие в объём $\Delta V = Su\Delta t$ и имеющие «правильное» направление скорости. Всего в объёме ΔV находятся молекулы, число которых можно вычислить, зная концентрацию молекул в сосуде, $n = N/V$. Очевидно, число таких молекул равно $n\Delta V = NSu\Delta t/V$, однако только одна шестая часть летит в «правильном направлении» (только треть молекул летит вдоль оси ox , и из них половина удаляется от стенки).

Итого, за время Δt со стенкой столкнутся $NSu\Delta t/(6V)$ молекул. В результате столкновения каждая изменит свой импульс со значения mu на значение $-mu$, то есть изменение импульса каждой молекулы составит $2mu$. Этот импульс молекулы передадут стенке. Поэтому за рассматриваемое время стенка получит от молекул импульс

$$\frac{2muNSu\Delta t}{6V} = \frac{NmSu^2\Delta t}{3V}.$$

Изменение импульса в единицу времени называется силой. Значит, на стенку действует сила

$$F = \frac{\text{полученный стенкой импульс}}{\Delta t} = \frac{NmSu^2}{3V}.$$

Этому соответствует давление

$$p = \frac{F}{S} = \frac{Nm u^2}{3V}.$$

Использував формулу для u (4), получим $p = NkT/V$.

Эта формула имеет несколько эквивалентных форм записи, часто встречающихся в задачах:

- $p = NkT/V \Rightarrow p = nkT$ (связь давления идеального газа с концентрацией n).
- $p = NkT/V \Rightarrow pV = NkT$. Используем $\nu = N/N_A$, где N_A – **постоянная Авогадро**: $pV = \nu N_A kT$. Отсюда получается уравнение Клайперона-Менделеева: $pV = \nu RT$, где мы ввели новую константу $R = N_A k$ – **универсальную газовую постоянную**.
- $pV = \nu RT$. Используем $\nu = M/\mu$, где M – масса газа, μ – молярная масса газа. Тогда $pV = MRT/\mu \Rightarrow p\mu/RT = M/V = \rho$. Итак, $\rho = p\mu/RT$ (связь давления идеального газа с плотностью).

8.4 Уравнение адиабаты: $V(T) = \text{Const} \cdot T^{-i/2}$

Доказательство: В адиабатическом процессе теплота не передаётся $\delta Q = \delta A + \Delta U = 0$. Поэтому

$$0 = \delta A + \Delta U = p\Delta V + C_V \Delta T.$$

Отсюда

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} = -\frac{C_V}{p}.$$

С учетом выражения $C_V = iNk/2$ для теплоёмкости идеального газа и выражения для давления $p = NkT/V$ из уравнения Клайперона-Менделеева, это можно переписать

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} = -\frac{iNk/2}{NkT/V} = -\frac{i}{2} \frac{V}{T}. \quad (5)$$

Пусть $V(T) = \text{Const} \cdot T^x$. Тогда $\Delta V/\Delta T = \text{Const} \cdot xT^x/T$. Сравнивая с формулой (5), получаем $x = -i/2$.

Эквивалентные формы записи уравнения адиабаты получаются комбинированием формулы $V(T) = \text{Const} \cdot T^{-i/2}$ и уравнения Клайперона-Менделеева:

- $TV^{\gamma-1} = \text{Const}$, где введено отношение теплоёмкостей $\gamma = C_p/C_V = (i+2)/i$.
- $pV^\gamma = \text{Const}$.

Последняя форма записи, $pV^\gamma = \text{Const}$, называется **уравнением Пуассона**.