

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

---

на правах рукописи

АКСЕНОВА Елена Валентиновна

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ  
И ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И РАССЕЯНИЯ ВОЛН  
В ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т  
диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург – 2009

Работа выполнена на кафедре статистической физики физического факультета Санкт-Петербургского государственного университета

Научный консультант:

доктор физико-математических наук, профессор  
РОМАНОВ Вадим Петрович

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор  
АНТОНОВ Николай Викторович

доктор физико-математических наук, профессор  
БЕЛЯКОВ Владимир Алексеевич

доктор физико-математических наук, профессор  
МОНОЗОН Борис Семенович

Ведущая организация:

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе  
Российской академии наук

Защита состоится “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2009 г. в \_\_\_\_\_ часов  
на заседании совета Д 212.232.24 по защите докторских и кандидатских  
диссертаций при Санкт-Петербургском государственном университете  
по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7/9.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке  
Санкт-Петербургского государственного университета.

Автореферат разослан “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2009 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета

Щекин А.К.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы диссертации.** В последние годы большое внимание уделяется исследованию жидких кристаллов (ЖК) самыми разнообразными методами. Интерес к этой проблеме обусловлен целым рядом необычных физических свойств этих систем. К ним относятся аномально большая оптическая активность, селективное отражение циркулярно поляризованного света, сильно выраженная оптическая анизотропия, ЖК обладают высокой чувствительностью к внешним электрическим и магнитным полям, которые могут существенно менять их ориентационную структуру, необычна гидродинамика жидких кристаллов ввиду наличия нескольких коэффициентов вязкости и коэффициентов ориентационной упругости. Жидкие кристаллы могут образовывать свободно подвешенные пленки толщиной всего несколько молекулярных диаметров. Уникальность ЖК обусловлена тем, что они занимают промежуточное положение между жидкостями и кристаллическими твердыми телами. В результате, с одной стороны, в широком интервале температур ЖК обладают ориентационной упорядоченностью, с другой стороны, в них аномально велики флуктуации ориентации. Поэтому в физике жидких кристаллов особое место занимает теоретический анализ корреляционных функций флуктуаций ориентации и исследование распространения и рассеяния света в ЖК со сложной оптической структурой. К таким средам, в частности, относятся холестерические жидкие кристаллы (ХЖК), закрученные нематические жидкие кристаллы (НЖК) и некоторые виды смектических жидких кристаллов (СЖК). Особый интерес к этим проблемам появился в связи с широким практическим применением ЖК в устройствах отображения и передачи информации, прежде всего, в жидкокристаллических дисплеях.

В результате в физике ЖК возник целый круг теоретических проблем, которые до сих пор не были детально исследованы. К ним относится описание корреляционных и оптических свойств систем с плав-

но меняющимися свойствами. В частности, эти проблемы возникают при описании распространения электромагнитных волн в анизотропных средах с плавно меняющимся направлением оптической оси, расчетах флуктуаций ориентации в геликоидальных системах, вычислении поля точечного источника в таких средах, описании рассеяния света с учетом пространственной неоднородности среды. Эти задачи были рассмотрены в диссертации. Их решение опиралось на методы типа ВКБ, примененные к векторным полям. Это позволило корректно рассчитать функцию Грина электромагнитного поля, исследовать окрестности точек поворота и просачивание лучей через запрещенные зоны, развить метод последовательного описания рассеяния света в средах с плавными неоднородностями, рассчитать спектр коротковолновых флуктуаций и взаимодействие флуктуационных мод в геликоидальных системах. Кроме того, построено теоретическое описание эффекта когерентного обратного рассеяния на флуктуациях директора в НЖК. Поскольку этот эффект был недавно обнаружен экспериментально, задача описания оптических свойств жидких кристаллов с учетом всех кратностей рассеяния стала особенно актуальной.

**Целью настоящей работы** является теоретическое описание корреляционных функций флуктуаций ориентации и исследование вопросов, относящихся к теории распространения и рассеяния волн в жидких кристаллах. Эта проблема включает в себя описание распространения света с учетом эффектов, выходящих за рамки применимости геометрической оптики, изучение поля точечного источника в анизотропных жидких кристаллах, развитие теории рассеяния света как однократного, так и многократного, расчет пространственных корреляционных функций флуктуирующих величин, исследование когерентных эффектов и временных корреляций многократного рассеяния.

**Основные положения диссертации**, выносимые на защиту:

1. В холестерических жидких кристаллах с большим шагом спирали удастся построить в замкнутой форме корреляционную функцию коротковолновых флуктуаций директора. В спектре коротковолновых

флуктуаций существуют точки поворота, в окрестностях которых имеет место эффект трансформации флуктуационных мод.

2. Неустойчивость Ландау–Пайерлса в смектических жидких кристаллах зависит от типа граничных условий. В случае слабого поверхностного натяжения свободно подвешенная пленка остается стабильной при любом поперечном размере и теряет стабильность с ростом продольного размера образца.

3. Распространение электромагнитных волн в одноосных киральных жидких кристаллах с большим по сравнению с длиной волны шагом спирали можно описать с помощью векторного метода ВКБ. В геликоидальных жидких кристаллах существуют эффекты заворота и прохождения необыкновенных волн через запрещенную зону (просачивание). Эти эффекты удобно описывать с помощью метода эталонного уравнения, который позволяет проанализировать окрестности точек поворота и запрещенные зоны. Рассчитанные угловые зависимости интенсивностей лучей, претерпевших внутреннюю рефракцию и прошедших через запрещенную зону, совпадают с экспериментальными.

4. Для функции Грина скалярного волнового уравнения в безграничной одномерно периодической среде с крупномасштабными неоднородностями поверхность волновых векторов имеет разрыв, а поверхность лучевых векторов — излом. Ограничение на направления волновых векторов связано с образованием плоского волнового канала. Асимптотика функции Грина в дальней зоне внутри волнового канала отличается от асимптотики вне волнового канала.

5. Функция Грина для электромагнитного поля в геликоидальных жидких кристаллах с большим по сравнению с длиной световой волны шагом спирали содержит слагаемые, отвечающие обыкновенной и необыкновенной волнам. Для необыкновенной волны на поверхности волновых векторов существует запрещенная зона, которая соответствует условию поворота луча и образованию плоского волнового канала.

6. Метод Кирхгофа позволяет получить расчетные формулы для ин-

тенсивности однократного рассеяния света в геликоидальных жидких кристаллах с большим по сравнению с длиной световой волны шагом спирали в виде, удобном для сравнения теории с экспериментом. Интенсивность однократного рассеяния в геликоидальных жидких кристаллах немонотонно зависит от размеров системы.

7. Уравнение Бете–Солпитера, учитывающее вклады лестничных и циклических диаграмм, позволяет описать многократное рассеяния света на флуктуациях директора в нематических жидких кристаллах во внешнем магнитном поле. Диффузионное приближение позволяет получить аналитические выражения для угловой и поляризационной зависимостей интенсивности когерентного обратного рассеяния. Конус обратного рассеяния имеет эллиптическую форму. Когерентный вклад для перекрестных поляризаций отсутствует.

8. Метод Винера–Хопфа позволяет решить обобщенное уравнение Милна для скалярного и электромагнитного полей с учетом анизотропии рассеивателей в  $P_1$ -приближении. Деполяризация рассеянного излучения при больших значениях анизотропии может менять знак. Решение уравнения Бете–Солпитера для временной корреляционной функции может быть построено в виде ряда по полиномам Лежандра. Для скалярного поля найденное решение для временной корреляционной функции находится в хорошем согласии с известными экспериментальными данными.

**Научная новизна** проведенных исследований состоит в следующем:

1. Впервые рассчитаны коротковолновые флуктуации директора в холестерических жидких кристаллах с большим шагом спирали. Построена пространственная корреляционная функция флуктуаций директора. Проанализировано поведение флуктуаций в окрестностях точек поворота. Обнаружен и описан эффект трансформации мод. Показано, что окрестности точек поворота влияют на вид корреляционной функции.

2. В смектических жидких кристаллах исследовано явление неустой-

чивости Ландау–Пайерлса в зависимости от типа граничных условий. Классический результат, полученный для жестких граничных условий, уточнен для случая конечной поверхностной энергии. Показано, что в случае слабого поверхностного натяжения свободно подвешенная пленка остается стабильной при любом поперечном размере и теряет стабильность с ростом продольного размера пленки. Сформулированы условия экспериментального исследования флуктуаций смещения слоев в зависимости от параметров смектической пленки для сопоставления с полученными теоретическими результатами.

3. Исследовано распространение электромагнитных волн в одноосных киральных жидких кристаллах с большим по сравнению с длиной волны шагом спирали. Впервые в рамках метода эталонного уравнения проанализированы окрестности точек поворота и рассмотрены эффекты заворота и прохождения необыкновенных волн через запрещенную зону в таких системах. Проведен анализ просачивания луча в случае широких запрещенных зон, когда между особыми точками имеют место области применимости ВКБ приближения. Исследован случай узких запрещенных зон, когда особые точки сливаются. Рассчитаны угловые зависимости интенсивностей лучей, отраженных от слоя ЖК и прошедших через запрещенную зону. Сформулированы экспериментальные условия для наблюдения эффектов заворота и просачивания необыкновенного луча. Получено хорошее согласие экспериментальных данных с теоретическими предсказаниями.

4. Впервые построена функция Грина скалярного волнового уравнения в безграничной одномерно периодической среде с крупномасштабными неоднородностями. Обнаружено, что в такой среде поверхность волновых векторов имеет разрыв, а поверхность лучевых векторов — излом. Проведен детальный анализ запрещенных зон и показано, что ограничение на направления волновых векторов связано с захватом лучей и образованием плоского волнового канала. Получены асимптотики функции Грина в дальней зоне внутри и вне волнового канала.

5. Впервые построена функция Грина для электромагнитного поля в геликоидальных жидких кристаллах с большим по сравнению с длиной световой волны шагом спирали. Проанализировано поведение функции Грина в дальней зоне. Для вклада, отвечающего необыкновенной волне на поверхности волновых векторов существует запрещенная зона, которая соответствует условию поворота луча и образованию плоского волнового канала. Показано, что в пределе очень больших шагов спирали выражение для функции Грина совпадает с функцией Грина одноосной анизотропной среды, полученной Лаксом и Нельсоном.

6. Впервые решена задача однократного рассеяния света в геликоидальных жидких кристаллах с большим по сравнению с длиной световой волны шагом спирали. Предложена общая схема расчета интенсивности рассеянного света в средах с одномерной регулярной структурой. Рассчитана угловая и поляризационная зависимости интенсивности рассеянного света на флуктуациях директора. С помощью метода Кирхгофа получены выражения для интенсивности однократного рассеяния в виде, удобном для сравнения теории с экспериментом. Обнаружено, что интенсивность рассеяния немонотонно зависит от размеров системы.

7. Исследована проблема многократного рассеяния света на флуктуациях директора в толстых образцах нематических жидких кристаллов, ориентация директора в которых задается внешним магнитным полем. Исходя из общего уравнения Бете–Солпитера для функции когерентности в одноосной анизотропной среде, вычислена интенсивность многократного рассеяния с учетом вклада лестничных и циклических диаграмм. В рамках диффузионного приближения впервые получены аналитические выражения для угловой и поляризационной зависимостей интенсивности когерентного обратного рассеяния. Проведено детальное сравнение результатов теории с имеющимися экспериментальными данными. Показано, что разработанная теория позволяет описать эллиптическую форму конуса обратного рассеяния, рассчитать относи-

тельную высоту пика и объяснить отсутствие когерентного вклада для перекрестных поляризаций.

8. Построено теоретическое описание временных корреляций многократно рассеянного света средой, состоящей из анизотропных рассеивателей. В рамках метода Винера–Хопфа получено обобщенное решение Милна как для скалярного, так и для электромагнитного полей с учетом анизотропии однократного рассеяния. Решение уравнения Бете–Солпитера для временной корреляционной функции флуктуаций диэлектрической проницаемости построено в виде ряда по полиномам Лежандра. Для скалярного поля найденное решение для временной корреляционной функции находится в хорошем согласии с известными экспериментальными данными. Для электромагнитного поля построено решение задачи Милна с учетом анизотропии в  $P_1$ -приближении. Решено обобщенное уравнение Милна для величины, описывающей степень деполяризации рассеянного излучения. Показано, что деполяризация рассеянного излучения при больших значениях анизотропии однократного рассеяния может менять знак.

**Достоверность** полученных результатов обоснована тем, что методы решения рассмотренных в диссертации проблем базируются на современных теоретических методах и подходах к описанию структуры жидких кристаллов и электродинамики анизотропных сред. Решение рассмотренных в диссертации задач выполнено многократно апробированными методами математической физики. В частности, использованы метод функций Грина, метод Кирхгофа, векторный аналог метода ВКБ, современные методы анализа окрестностей точек поворота, метод Винера–Хопфа. Анализ корреляционных функций флуктуаций директора выполнен в рамках континуальной теории упругости жидких кристаллов с широким применением асимптотических и вычислительных методов. Влияние флуктуаций в конечных системах на стабильность жидких кристаллов исследовано с использованием современных методов статистической физики. Достоверность полученных теоретических результатов контролировалась совпадением с известными предельными

ми случаями. Теоретически предсказанные эффекты заворота и просачивания необыкновенного луча получили экспериментальное подтверждение в ходе экспериментов, условия которых были сформулированы автором. Построенное теоретическое описание эффекта когерентного обратного рассеяния в нематических жидких кристаллах находится в хорошем согласии с известными экспериментальными данными. Все вышеперечисленное в совокупности свидетельствует о достоверности полученных результатов и сделанных на их основании выводов.

**Теоретическая и практическая ценность.** Вычислены функции Грина для скалярного и электромагнитного полей в средах с крупномасштабной одномерной периодичностью, необходимые для решения задач рассеяния в неоднородных средах. Развита теория флуктуаций для сред с плавно меняющимися свойствами. В рамках метода эталонных уравнений исследовано распространение волн в геликоидальных средах и получены результаты, допускающие прямую экспериментальную проверку. Рассчитано когерентное обратное рассеяние света на флуктуациях директора в жидких кристаллах. Полученные теоретические результаты позволяют адекватно описывать эксперименты по исследованию структуры и корреляционных свойств НЖК и ХЖК с большим шагом спирали методами рассеяния света и дифракции.

Практическая ценность результатов, полученных при исследовании распространения и рассеяния света в жидких кристаллах, состоит в том, что они могут служить теоретической основой для разработки новых типов жидкокристаллических соединений с наперед заданными оптическими свойствами для создания дисплеев на жидких кристаллах нового поколения. Эти результаты также могут быть использованы при создании прикладных программ для расчета сложных оптических систем на основе жидких кристаллов. Описание распространения электромагнитных волн в геликоидальных ЖК может найти применение при изучении распространения света в световодах. Предсказанные теоретически и подтвержденные экспериментально эффекты заворота и просачивания могут послужить основой для создания поляризаторов

нового типа и для разработки высокоточного метода определения показателей преломления геликоидальных жидких кристаллов.

Описание когерентного обратного рассеяния света в анизотропных средах на флуктуациях диэлектрической проницаемости может найти применение в медицинской диагностике при исследовании биотканей. Расчеты временных корреляционных функций многократного рассеяния могут быть использованы при анализе неоднородных диэлектрических сред методами спектроскопии диффузных волн.

**Апробация работы.** Результаты работы докладывались на Международных семинарах “Day on Diffraction’99” (Санкт-Петербург), “Day on Diffraction’2000” (Санкт-Петербург), “Day on Diffraction’2001” (Санкт-Петербург), “Фоковские чтения: Современные проблемы физики” (Санкт-Петербург, 2008 г.) и Международных конференциях “Physics of Liquid Matter: Modern Problems” (Киев, 2001 г.), 19th International Liquid Crystal Conference (Edinburgh, United Kingdom, 2002), 11th International Topical Meeting on Optics of Liquid Crystals (Clearwater Beach, Florida, USA, 2005), “Days on Diffraction” (Санкт-Петербург, 2006), 21st International Liquid Crystal Conference (Keystone, Colorado, USA, 2006), 9th European Conference on Liquid Crystals (Lisbon, Portugal, 2007).

**Публикации.** Основные результаты диссертации опубликованы в 36 оригинальных работах. Из них 20 в журналах, рекомендованных ВАК для публикации результатов докторских диссертаций. Список публикаций приведен в конце автореферата.

**Структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, шести глав, четырех приложений, заключения и списка основных обозначений. Библиография состоит из 181 наименования. Работа содержит 41 рисунок, размещенный внутри глав.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы исследования, дан краткий обзор состояния исследуемой области, сформулирована цель

работы, описаны методы исследования и структура работы.

**Первая глава** посвящена изучению статистических свойств жидких кристаллов. Приводятся общие сведения об описании ЖК в рамках континуальной модели. Изучены коротковолновые флуктуации директора в неограниченном холестерическом жидком кристалле. Построена корреляционная функция флуктуаций директора и исследованы флуктуации в окрестности точек поворота. Изучено явление неустойчивости Ландау–Пайерлса в смектических жидких кристаллах для различных типов граничных условий. Рассмотрено влияние поверхностной энергии на характер неустойчивости.

Свободная энергия ХЖК описывается выражением

$$F_b = \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} \{ K_{11}(\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + K_{22}[(\mathbf{n} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{n}) + q_0]^2 + K_{33}(\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 \}. \quad (1)$$

где  $K_{jj}$ ,  $j = 1, 2, 3$  — модули Франка,  $\mathbf{n}$  — вектор директора. Минимуму этой энергии отвечает спиральное распределение директора

$$\mathbf{n}^0(\mathbf{r}) = \mathbf{n}^0(z) = (\cos \xi, \sin \xi, 0), \quad (2)$$

где  $\xi = q_0 z + \phi_0$ ,  $\phi_0$  — начальная фаза,  $P = 2\pi/q_0$  — шаг холестерической спирали. Исследуются флуктуации директора  $\delta \mathbf{n} = \mathbf{n} - \mathbf{n}^0$ , которые можно параметризовать с помощью двух величин  $u_1$  и  $u_2$ . Мода  $u_1$  определяет флуктуации директора в плоскости  $xy$ , а  $u_2$  — флуктуации вдоль оси  $z$ . Исследуется поведение корреляционной функции

$$g_{kl}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) = \langle u_k(\mathbf{r}) u_l(\mathbf{r}_1) \rangle, \quad k, l = 1, 2, \quad (3)$$

где скобки  $\langle \dots \rangle$  означают статистическое усреднение. Корреляционная функция  $\hat{g}$  вычисляется в  $(\mathbf{q}_\perp, z)$  представлении, в котором выполнено преобразование Фурье по переменным  $x$  и  $y$ . Задача сводится к решению уравнения

$$\hat{A}(\mathbf{q}_\perp, z) \hat{g}(\mathbf{q}_\perp, z, z_1) = k_B T \delta(z - z_1) \hat{I}, \quad (4)$$

где матрица  $\hat{A}$  представляет собой дифференциальный оператор второго порядка с периодическими коэффициентами. В неограниченном

ХЖК в качестве граничных условий для уравнения (4) используется принцип ослабления корреляций на бесконечности, то есть, условие  $\hat{g}(\mathbf{q}_\perp, z, z_1) \rightarrow 0$  при  $z \rightarrow \pm\infty$ .

Коротковолновые флуктуации директора получены при помощи векторного аналога метода ВКБ с использованием большого параметра  $\tilde{\Omega} = q_\perp/q_0 \gg 1$ . С их помощью построена корреляционная функция

$$\hat{g}(\mathbf{q}_\perp, z_1, z_2) = \frac{k_B T}{2q_\perp K_{33} \cos \xi(z_1) \cos \xi(z_2)} \times \sum_{j=1}^2 \exp \left[ -q_\perp \left| \int_{z_1}^{z_2} \mu_j(z) dz \right| \right] \hat{W}^{(j)}(\mathbf{q}_\perp, z_1, z_2), \quad (5)$$

где  $\mu_j = \sqrt{\sin^2 \xi + \frac{K_{33}}{K_{jj}} \cos^2 \xi}$ ,  $j = 1, 2$ ,  $\hat{W}^{(j)}$  — матрицы с периодически коэффициентами.

Соотношение (5) в пределе  $P \rightarrow \infty$  переходит в выражение для корреляционной функции НЖК [1]. Проведено сравнение с выражением для корреляционной функции ХЖК в случае длинноволновых флуктуаций,  $q_\perp \ll q_0$  [2].

Исследовано выражение (5) вблизи точек, где  $\cos \xi = 0$ . В окрестности точки  $\xi = \pi/2$  метод ВКБ не применим, и решение задачи о спектре флуктуаций  $\Psi$  строится в виде ряда по обратным степеням  $\tilde{\Omega}$

$$\Psi(\tau) = \exp \left( -\tilde{\Omega}^{2/3} \tau \right) \left( \Psi^{(0)}(\tau) + \tilde{\Omega}^{-2/3} \Psi^{(1)}(\tau) + \tilde{\Omega}^{-4/3} \Psi^{(2)}(\tau) + \dots \right), \quad (6)$$

где  $\tau = \tilde{\Omega}^{1/3}(\xi - \pi/2)$  — “растянутая” переменная, которая согласуется с условием применимости метода ВКБ. Разложение вида (6) справедливо в области  $|\tau| \ll \tilde{\Omega}^{1/3}$ , а решение, полученное методом ВКБ — в областях  $|\tau| \gg 1$ . Таким образом, имеются области  $1 \ll |\tau| \ll \tilde{\Omega}^{1/3}$ , в которых справедливо как ВКБ решение, так и решение в окрестности точки поворота. Это позволяет найти формулы связи для амплитуд ВКБ решений до и после точки поворота. Показано, что при прохождении точки поворота не происходит смешивания мод, но амплитуды мод

изменяются. Получена корреляционная функция для всех возможных положений точек  $z_1$  и  $z_2$  относительно точки поворота.

Рассмотрены флуктуации смещений слоев в смектических жидких кристаллах типа А (СЖК-А), для которых свободная энергия искажения имеет вид

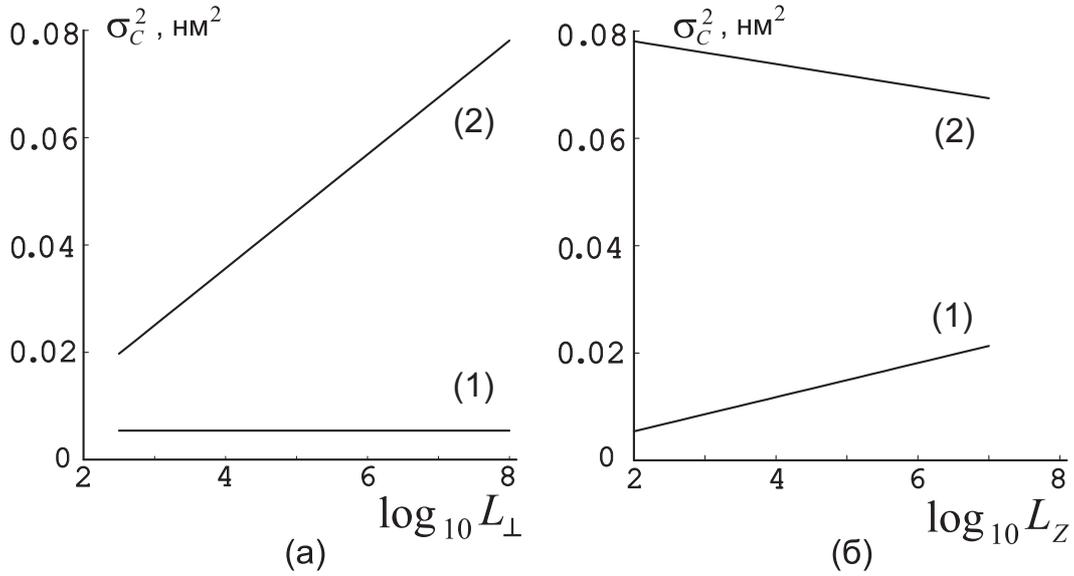
$$F_b = \frac{1}{2} \int_V d\mathbf{r} \{ B[\partial_z u(\mathbf{r}_\perp, z)]^2 + K[\nabla_\perp^2 u(\mathbf{r}_\perp, z)]^2 \}. \quad (7)$$

Здесь  $u(\mathbf{r})$  — смещение слоя вдоль оси  $z$  от его равновесного положения,  $B$  — модуль упругости, связанный со сжатием слоев,  $K$  — модуль упругости, связанный с искажением формы слоев. В таких слоистых системах флуктуации смещений разрушают одномерную периодическую структуру для образцов достаточно больших размеров. Это хорошо известное явление неустойчивости Ландау–Пайерлса. Исследовано влияние различных типов граничных условий и влияние поверхностей на этот тип неустойчивости. Рассмотрены случаи плоскопараллельной ячейки, пленки на подложке и свободно подвешенной пленки. Наиболее интересные результаты получены для свободно подвешенной пленки.

Применение подхода Ландау и Пайерлса в образцах смектиков А толщиной  $L_z$  и поперечным размером  $L_\perp$  соответствует вычислению флуктуаций смещений слоев в термодинамическом пределе без учета вклада поверхностной энергии. В этом случае средний квадрат флуктуаций смещения слоев в центре образца  $\sigma_{C\ fixed}^2$  имеет вид

$$\sigma_{C\ fixed}^2 = \frac{k_B T}{8\pi\sqrt{BK}} \left[ \ln \frac{L_z}{\lambda_{sm}} + \tilde{C}_2 \right], \quad (8)$$

где  $\lambda_{sm} = \sqrt{K/B}$  — молекулярный размер порядка толщины смектического слоя,  $\tilde{C}_2$  — вклад, не содержащий расходимостей по размерам системы. Это выражение показывает, что стабильность СЖК-А пропадает с ростом  $L_z$  и не зависит от  $L_\perp$  (Рис. 1, линии (1)). Аналогичный результат получается и для образцов смектиков А с закрепленными границами, а также для пленок на жесткой подложке.



**Рис. 1**

Поведение среднего квадрата флуктуаций смещения слоев  $\sigma_C^2$  в зависимости от  $L_\perp$  (а) и  $L_z$  (б). Линии (1) рассчитаны по формуле (8), линии (2) — по формуле (9). Линии получены для случая  $L_z \lambda_{sm} \ll L_\perp^2$  при следующих значениях параметров  $k_B T = 4 \times 10^{-21}$  Дж,  $\sqrt{BK} = 0.005$  Н/м,  $\gamma = 0.003$  Н/м,  $\lambda_{sm} = 2$  нм. На Рис. (а):  $L_z = 10^2$  нм, на Рис. (б):  $L_\perp = 10^8$  нм. Величина  $\sigma_C^2$  выражена в нм<sup>2</sup>. По горизонтальной оси отложены десятичные логарифмы  $L_\perp$  и  $L_z$ , причем размеры системы также выражены в нм

Учет поверхностной энергии для свободно подвешенной пленки СЖК-А приводит к другому характеру расходимости с ростом размеров системы и уточняет классический результат Ландау и Пайерлса

$$\sigma_C^2_{film} = \frac{k_B T}{8\pi\sqrt{BK}} \left[ \left( 1 - \frac{\sqrt{BK}}{\gamma} \right) \ln \frac{L_z}{\lambda_{sm}} + 2 \frac{\sqrt{BK}}{\gamma} \ln \frac{L_\perp}{\lambda_{sm}} \right], \quad (9)$$

где  $\gamma$  — поверхностное натяжение. Видно, что для свободно подвешенной пленки потеря устойчивости происходит с ростом  $L_\perp$ . При слабом поверхностном натяжении пленка остается стабильной при любом  $L_z$  (Рис. 1, линии (2)).

Во **второй главе** изучено распространение света в геликоидальных жидких кристаллах с шагом спирали значительно большим длины световой волны,  $P \gg \lambda$ . Изучаются запрещенные зоны, волновые каналы, эффекты заворота луча и просачивания.

Оптические свойства жидкого кристалла определяются локально одноосным тензором диэлектрической проницаемости [1]

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^0(z) = \varepsilon_{\perp} \delta_{\alpha\beta} + \varepsilon_a n_{\alpha}^0(z) n_{\beta}^0(z), \quad \alpha, \beta = x, y, z. \quad (10)$$

Здесь  $\varepsilon_a = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}$ ,  $\varepsilon_{\parallel}$ ,  $\varepsilon_{\perp}$  — диэлектрические проницаемости соответственно вдоль и поперек  $\mathbf{n}^0$ . Система уравнений Максвелла решена векторным методом ВКБ, с учетом вкладов нулевого и первого приближения. Нулевое приближение эквивалентно методу эйконала и позволяет определять фазу волны и ее поляризацию. Первое приближение аналогично решению уравнения переноса и позволяет найти амплитуду поля. Кроме того, исследованы области, в которых происходит взаимная трансформация мод. В этих областях метод ВКБ не применим, и задача решена методом эталонного уравнения.

Показано, что в геликоидальной среде с большим шагом спирали распространяются волны вида

$$\mathbf{E}^{(j)}(\mathbf{r}) = E_0 A^{(j)}(z) \mathbf{e}^{(j)}(z) \exp\left(i \mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{r}_{\perp} + i \int_0^z k_z^{(j)}(z') dz'\right), \quad (11)$$

где  $A^{(j)}(z)$  и  $k_z^{(j)}(z)$  — локальные значения амплитуды и  $z$ -компоненты волнового вектора  $\mathbf{k}^{(j)}(z) = (\mathbf{k}_{\perp}, k_z^{(j)}(z))$ , а  $\mathbf{e}^{(j)}(z)$  — вектор поляризации. Индекс  $j$  обозначает тип волны — обыкновенную,  $j = o$ , или необыкновенную,  $j = e$ .

Для обыкновенной волны получаем компоненту  $k_z^{(o)}$

$$k_z^{(o)}(\mathbf{k}_{\perp}, z) \equiv k_z^{(o)}(k_{\perp}) = \sqrt{\varepsilon_{\perp} k_0^2 - k_{\perp}^2}, \quad (12)$$

для необыкновенной —

$$k_z^{(e)}(\mathbf{k}_{\perp}, z) = \sqrt{\varepsilon_{\parallel} k_0^2 - k_{\perp}^2 - \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{\perp}} (\mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{n}^0(z))^2}, \quad (13)$$

где  $k_0$  — волновое число в вакууме. В случае  $\varepsilon_{\perp} k_0^2 \leq k_{\perp}^2 \leq \varepsilon_{\parallel} k_0^2$  внутри среды существует некоторая точка  $z = z_t$ , в которой компонента  $k_z^{(e)}$  обращается в ноль. При увеличении  $z$  компонента  $k_z^{(e)}$  становится мнимой и волна начинает экспоненциально затухать. Фактически, в этой

точке происходит смена знака  $k_z^{(e)}$  и, соответственно, смена направления распространения волны вдоль оси  $z$ . То есть, точка  $z_t$  представляет собой точку поворота луча. Кроме эффекта поворота луча возможен эффект просачивания — экспоненциально затухающая волна проходит через запрещенную область и вновь становится бегущей.

В зависимости от угла падения волны на жидкий кристалл возможны следующие ситуации: точки поворота отсутствуют, одна точка поворота (предельно узкая запрещенная зона), четыре близкие точки поворота (узкая запрещенная зона), четыре удаленные точки поворота (широкая запрещенная зона). Построены эталонные уравнения в окрестностях точек поворота и исследованы эффекты трансформации мод для всех типов запрещенных зон. Наиболее интересные результаты получены для узких запрещенных зон, когда эффект просачивания волны через запрещенную зону достаточно заметен. В этом случае поле в окрестности точки поворота удовлетворяет уравнению

$$\partial_\zeta^2 \mathcal{E}_0 + [\zeta^2 - \psi^2] \mathcal{E}_0 = 0, \quad (14)$$

где

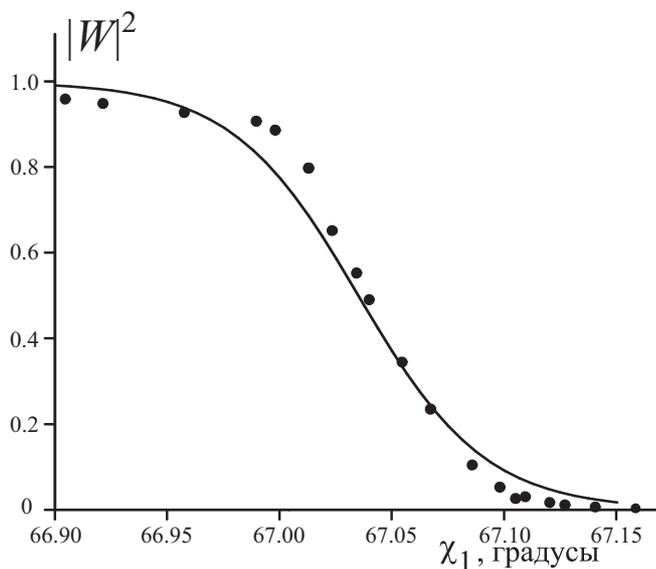
$$\psi = \left[ \left( \frac{k_\perp^2}{k_0^2 \varepsilon_\perp} - 1 \right) \frac{P}{\lambda} \frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_a^{1/2}} \right]^{1/2}. \quad (15)$$

Решение уравнения (14) позволяет получить формулы связи между решениями ВКБ по разные стороны запрещенной зоны. Для коэффициентов отражения от запрещенной зоны,  $|V|^2$ , и прохождения через запрещенную зону,  $|W|^2$ , получаем

$$|V|^2 = (1 + e^{-\pi\psi^2})^{-1}, \quad |W|^2 = (1 + e^{\pi\psi^2})^{-1}. \quad (16)$$

Были описаны условия, при которых возможно наблюдение эффектов поворота и просачивания необыкновенного луча. Эффект поворота был обнаружен экспериментально при измерении интенсивностей прошедшего и отраженного ячейкой ЖК лучей в широком диапазоне углов падения. Эффект просачивания был обнаружен по наблюдениям интенсивности прошедшего через ячейку луча в узкой окрестности углов

падения, соответствующих узкой запрещенной зоне. На Рис. 2 приведено сравнение экспериментальных данных с теоретическими предсказаниями для эффекта просачивания.



**Рис. 2**

Измеренный коэффициент прохождения необыкновенного луча (черные кружки). Сплошная линия соответствует расчетам, уравнение (16). Здесь  $\chi_1$  — угол падения волны на жидкий кристалл. В области углов  $\chi_1 > 67.03^\circ$  имеет место запрещенная зона, через которую просачивается волна

В **третьей главе** рассматривается задача о поле точечного источника (функция Грина) в средах с одномерной крупномасштабной периодичностью. Исследованы скалярные и электромагнитные поля.

Для сред, обладающих одномерной периодичностью с периодом  $P$  вдоль оси  $z$  скалярная функция Грина удовлетворяет уравнению

$$[\Delta + k_0^2(1 + f(z))] T^0(\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}_{1\perp}; z, z_1) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1), \quad (17)$$

где  $f(z) = \eta \cos(q_0 z)$ ,  $\eta < 1$  — коэффициент, характеризующий степень неоднородности среды. В качестве граничного условия принимается принцип излучения. В  $(\mathbf{k}_\perp, z)$ -представлении уравнение (17) с нулевой правой частью решается методом ВКБ. В качестве большого параметра выступает  $\Omega$  — отношение периода структуры  $P$  к длине волны

λ. Для функции Грина получено выражение

$$T^0(\mathbf{k}_\perp; z, z_1) = \frac{i}{2k_0\Gamma^{1/2}(k_\perp, q_0z)\Gamma^{1/2}(k_\perp, q_0z_1)} \exp\left(i\Omega \left| \int_{q_0z_1}^{q_0z} d\xi \Gamma(k_\perp, \xi) \right| \right), \quad (18)$$

где  $\Gamma(k_\perp, \xi) = \sqrt{1 - k_\perp^2/k_0^2 + \eta \cos \xi}$ . Переход в координатное представление для случая  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1| \gg \lambda$  выполнен при помощи метода стационарной фазы. Получено выражение для функции Грина в дальней зоне.

Влияние пространственной периодичности системы на больших расстояниях проявляется в том, что форма поверхности волновых векторов отлична от сферической. Она имеет разрыв, величина которого растет с ростом  $\eta$ . Этот разрыв означает существование запрещенных зон. То есть, имеется ограничение на возможные направления волновых векторов.

Появление запрещенных зон объяснено в рамках геометрической оптики тем, что при уменьшении показателя преломления

$$n(z) = \sqrt{1 + \eta \cos(q_0z)}$$

в направлении распространения луча возможен его поворот [3]. В результате лучи оказываются запертыми в пределах одного слоя и распространяются между двумя плоскостями, попеременно “отражаясь” от них. Таким образом, образуется плоский волновой канал.

Тензорная функция Грина электромагнитного поля в ХЖК удовлетворяет уравнению

$$(\text{rot rot} - k_0^2 \hat{\varepsilon}^0(z)) \hat{T}^0(\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}_{1\perp}; z, z_1) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \hat{I}. \quad (19)$$

Переходя в  $(\mathbf{k}_\perp, z)$ -представление, задачу можно свести к решению системы двух дифференциальных уравнений второго порядка. Функция Грина построена при помощи решений соответствующего однородного уравнения (11):

$$\hat{T}^0(\mathbf{k}_\perp; z, z_1) = \hat{T}^{(o)}(\mathbf{k}_\perp; z, z_1) + \hat{T}^{(e)}(\mathbf{k}_\perp; z, z_1), \quad (20)$$

где

$$T_{\alpha\beta}^{(j)}(\mathbf{k}_{\perp}; z, z_1) = \frac{i}{2k_0} B^{(j)}(\mathbf{k}_{\perp}, z) B^{(j)}(\mathbf{k}_{\perp}, z_1) e_{\alpha}^{(j)}(\mathbf{k}_{\perp}, z) e_{\beta}^{(j)}(\mathbf{k}_{\perp}, z_1) \times \\ \times \exp\left(i \left| \int_{z_1}^z k_z^{(j)}(\mathbf{k}_{\perp}, z') dz' \right| \right), \quad j = o, e, \quad (21)$$

амплитуды  $B^{(j)}(\mathbf{k}_{\perp}, z)$  выбраны таким образом, чтобы удовлетворить условиям непрерывности и скачка первой производной функции Грина при  $z = z_1$ .

Переход в координатное представление проделан при помощи метода стационарной фазы при  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1| \gg \lambda$ . Проведен анализ поверхностей волновых и лучевых векторов. Волновая поверхность обыкновенной волны (первое слагаемое в (20)) является сферической, но направления вектора поляризации на этой поверхности распределены достаточно сложным образом. Волновая поверхность необыкновенной волны (второе слагаемое в (20)) не является эллипсоидом. Показано, что на расстояниях значительно больших периода спирали  $|z - z_1| \gg P$  поверхность волновых векторов необыкновенной волны имеет разрыв, и образуется волновой канал аналогично случаю скалярного поля. Рассчитана доля энергии, уходящей в волновой канал.

В заключении показано, что полученная функция Грина для ХЖК допускает предельный переход  $P \rightarrow \infty$ . В результате этого предельного перехода получена хорошо известная функция Грина одноосной анизотропной среды [4].

В **четвертой главе** изучается однократное рассеяние в слоистых средах. На основе метода Кирхгофа предложена схема расчета интенсивности рассеяния ячейкой ХЖК. Рассеивающий объем представляет собой плоский слой  $0 \leq z \leq L$  с достаточно большими поперечными размерами  $L_{\perp} \gg L$ , на который со стороны  $z = -\infty$  падает плоская волна, а рассеянное поле регистрируется в области  $z > L$ , то есть, в передней полусфере. Для плоскостойких сред с границами, параллельными слоям, падающая волна, отмеченная индексом  $(i)$ , внутри среды имеет

вид

$$\mathbf{E}_{in}^{(i)}(\mathbf{r}) = \boldsymbol{\mathcal{E}}^{(i)}(\mathbf{k}_\perp^{(i)}, z) \exp(i\mathbf{k}_\perp^{(i)} \cdot \mathbf{r}_\perp), \quad (22)$$

где функция  $\boldsymbol{\mathcal{E}}^{(i)}(\mathbf{k}_\perp, z)$  определяется свойствами плоскостойкой среды. Рассеянное поле  $\mathbf{E}_{in}^{(s)}(\mathbf{k}_\perp^{(s)}, L)$  на границе  $z = L$  внутри неоднородного образца получено в виде

$$\mathbf{E}_{in}^{(s)}(\mathbf{k}_\perp^{(s)}, L) = k_0^2 \int_0^L dz' \hat{T}^0(\mathbf{k}_\perp^{(s)}; L, z') \delta\hat{\varepsilon}(\mathbf{k}_\perp^{(s)} - \mathbf{k}_\perp^{(i)}, z') \boldsymbol{\mathcal{E}}^{(i)}(\mathbf{k}_\perp^{(i)}, z'), \quad (23)$$

где  $\delta\hat{\varepsilon}$  — флуктуации тензора диэлектрической проницаемости. Индексом  $(s)$  отмечены величины, относящиеся к рассеянной волне.

На основе граничных условий получена связь между полями вне и внутри образца,  $\mathbf{E}_{out}^{(s)}(\mathbf{r})$  и  $\mathbf{E}_{in}^{(s)}(\mathbf{r})$ , на границе. Поле  $\mathbf{E}_{out}^{(s)}(\mathbf{r})$  в точке наблюдения  $\mathbf{r}$  вдали от образца рассчитывалось по значениям поля  $\mathbf{E}_{out}^{(s)}(\mathbf{r}_\perp, L)$  на границе рассеивающего объема вне образца при помощи метода Кирхгофа. Интенсивность компоненты рассеянного поля с поляризацией  $\mathbf{e}^{(s)}$  имеет вид

$$I^{(s)} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0} c^2 k_0^2 \varepsilon_0}{8\pi} \frac{1}{4\pi^2 r^2} \left(\frac{z}{r}\right)^2 \left\langle \left| \mathbf{e}^{(s)} \cdot \mathbf{E}_{out}^{(s)}(\mathbf{k}_\perp^{(s)}, L) \right|^2 \right\rangle, \quad (24)$$

где  $c$  — скорость света,  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость среды, окружающей ЖК. Если подставить в эту формулу выражения для функции Грина ХЖК (20), корреляционной функции флуктуаций директора (5) и падающего поля (11), интенсивность рассеяния примет вид суммы двукратных интегралов, соответствующих двум флуктуационным модам директора

$$\begin{aligned} I^{(s)} = & J_0 \sum_{j=1}^2 \int_0^L dz_1 \int_0^L dz_2 \exp \left[ i \int_{z_1}^{z_2} (k_z^{(s)}(\mathbf{k}_\perp^{(s)}, z') - k_z^{(i)}(\mathbf{k}_\perp^{(i)}, z')) dz' \right] \times \\ & \times \exp \left( -q_\perp \left| \int_{z_1}^{z_2} \mu_j(z) dz \right| \right) A^{(i)}(\mathbf{k}_\perp^{(i)}; z_1, 0) A^{(i)}(\mathbf{k}_\perp^{(i)}; z_2, 0) B^{(s)}(\mathbf{k}_\perp^{(s)}, z_1) \times \\ & \times B^{(s)}(\mathbf{k}_\perp^{(s)}, z_2) e_\rho^{(s)}(\mathbf{k}_\perp^{(s)}, z_1) e_\varphi^{(s)}(\mathbf{k}_\perp^{(s)}, z_2) \mathcal{M}_{\rho\nu\varphi\mu}^{(j)}(\mathbf{q}_\perp; z_1, z_2) \times \\ & \times e_\nu^{(i)}(\mathbf{k}_\perp^{(i)}, z_1) e_\mu^{(i)}(\mathbf{k}_\perp^{(i)}, z_2), \quad (25) \end{aligned}$$

где  $\mathbf{q}_\perp = \mathbf{k}_\perp^{(s)} - \mathbf{k}_\perp^{(i)}$ , тензоры  $\hat{M}^{(j)}$  представляют собой незатухающие элементы корреляционной функции флуктуаций диэлектрической проницаемости,

$$J_0 = E_0^2 \frac{\sqrt{\varepsilon_0} c^2}{8\pi} \frac{k_0^4 \varepsilon_0}{16\pi^2} \frac{S_\perp}{r^2} \left(\frac{z}{r}\right)^2 B^{(s)2}(\mathbf{k}_\perp^{(s)}, L) \times \\ \times e_\alpha^{(s)} e_\gamma^{(s)} M_{\alpha\beta}^{in \rightarrow out}(\mathbf{k}_\perp^{(s)}, L) M_{\gamma\delta}^{in \rightarrow out}(\mathbf{k}_\perp^{(s)}, L) e_\beta^{(s)}(\mathbf{k}_\perp^{(s)}, L) e_\delta^{(s)}(\mathbf{k}_\perp^{(s)}, L),$$

$S_\perp$  — площадь поперечного сечения образца,  $\hat{M}^{in \rightarrow out}$  — матрица пересчета поля на границе.

Наличие больших параметров  $\Omega = k_0/q_0$  и  $\tilde{\Omega} = q_\perp/q_0$  позволяет существенно упростить общее выражение для интенсивности рассеяния (25). В частности, удается выполнить одно интегрирование при помощи метода стационарной фазы. Полученные в результате упрощений выражения позволяют рассчитать интенсивность однократного рассеяния в ХЖК для разных типов поляризаций падающей и рассеянной волн. Показано, что для ХЖК интенсивность рассеяния нелинейно зависит от размеров системы.

В **пятой главе** рассмотрен эффект когерентного обратного рассеяния в нематических жидких кристаллах.

Поскольку в НЖК флуктуации директора не малы, при распространении света в достаточно толстых образцах формируется режим многократного рассеяния. Для описания интенсивности многократного рассеяния удобно использовать уравнение Бете–Солпитера

$$\Gamma_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_4, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_4) = \Gamma_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^0(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_4, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_4) + \\ + \int d\mathbf{R}_2 d\mathbf{R}_3 d\mathbf{r}_2 d\mathbf{r}_3 \Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}^0(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \times \\ \times U_{\gamma\delta\mu\nu}(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) \Gamma_{\mu\nu\alpha'\beta'}(\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4), \quad (26)$$

где

$$\Gamma_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^0(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle T_{\alpha\alpha'}^R \rangle(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) \langle T_{\beta'\beta}^A \rangle(\mathbf{y}_2 - \mathbf{y}_1), \quad (27)$$

$$\Gamma_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle T_{\alpha\alpha'}^R(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) T_{\beta'\beta}^A(\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_1) \rangle, \quad (28)$$

$\hat{T}^{R/A}$  — запаздывающая и опережающая полные функции Грина и для удобства введены координаты  $\mathbf{R}_n = (\mathbf{x}_n + \mathbf{y}_n)/2$ ,  $\mathbf{r}_n = \mathbf{x}_n - \mathbf{y}_n$ ,  $n = 1, \dots, 4$ . Функция  $\hat{\Gamma}$  учитывает пространственные корреляции функции Грина в неоднородной среде, функция  $\hat{U}$  содержит неприводимые диаграммы оператора интенсивности.

В приближении слабого рассеяния решение уравнения (26) представляет собой сумму лестничных диаграмм,  $\hat{L}$ . При переходе к спектру Фурье в диффузионном приближении эта сумма имеет вид [5]

$$\Gamma_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{(D)}(\mathbf{K}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \frac{1}{N} \frac{\text{Im}\langle T_{\alpha\beta}^R \rangle(\mathbf{k}_1) \text{Im}\langle T_{\alpha'\beta'}^R \rangle(\mathbf{k}_2)}{(\mathbf{K}\hat{D}\mathbf{K})}, \quad (29)$$

где

$$N = \frac{k_0^2}{16\pi^2 c} \sum_{j=o,e} \int d\Omega_{\mathbf{k}} n^{(j)3}(\mathbf{k}),$$

$n^{(j)}(\mathbf{k})$  — показатель преломления волны типа  $(j)$ ,  $\hat{D}$  — тензорный коэффициент диффузии света

$$\hat{D} = D_{\perp} \hat{I} + (D_{\parallel} - D_{\perp}) \mathbf{n}^0 \otimes \mathbf{n}^0, \quad (30)$$

$D_{\parallel}$  и  $D_{\perp}$  — коэффициенты диффузии вдоль и поперек  $\mathbf{n}^0$ .

При рассеянии света в обратном направлении необходимо в уравнении Бете–Солпитера (26) учитывать также вклад циклических диаграмм,  $\hat{C}$ . Начиная с вклада, отвечающего двукратному рассеянию, они связаны с лестничными диаграммами соотношением

$$C_{\gamma\delta\mu\nu}(\mathbf{K}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = L_{\gamma\nu\mu\delta} \left( \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2, \frac{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 + \mathbf{K}}{2}, \frac{\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 + \mathbf{K}}{2} \right), \quad (31)$$

Показано, что вклады в интенсивность рассеяния за счет циклических и лестничных диаграмм имеют вид

$$J_{\alpha\beta}^{(C)}(\mathbf{R}, \mathbf{k}^{(s)}) = J_{\alpha\beta}^{(C)}(\Theta, \phi) = \frac{\pi^2}{8k_0^6} \frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}} M_{\alpha\beta}^{(C)}(\mathbf{k}^{(i)}, \mathbf{k}^{(s)}) \frac{1}{D_{\perp}} \frac{1}{\sqrt{q'^2 + 1/\xi_a^2}} \times \\ \times \left[ \frac{l_{(e)}}{\sqrt{q'^2 + 1/\xi_a^2} + 1/l_{(e)}} - \frac{\exp(-2z_b \sqrt{q'^2 + 1/\xi_a^2})}{(\sqrt{q'^2 + 1/\xi_a^2} + 1/l_{(e)})^2} \right], \quad (32)$$

$$J_{\alpha\beta}^{(L)}(\mathbf{R}, \mathbf{k}^{(s)}) = \frac{\pi^2}{8k_0^6} \frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}} \left\{ M_{\alpha\beta}^{(L)}(\mathbf{k}^{(i)}, \mathbf{k}^{(s)}) \frac{\xi_a}{D_{\perp}} \left[ \frac{l_{(e)}}{1/\xi_a + 1/l_{(e)}} - \frac{\exp(-2z_b/\xi_a)}{(1/\xi_a + 1/l_{(e)})^2} \right] + M_{\alpha\beta}^{(1)}(\mathbf{k}^{(i)}, \mathbf{k}^{(s)}) l_{(e)} \right\}, \quad (33)$$

где

$$q'^2 = k_0^2 \left( \frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}} \Theta^2 \cos^2 \phi + \Theta^2 \sin^2 \phi \right),$$

$\Theta$  — угол между осью  $z$  и волновым вектором рассеянной волны  $\mathbf{k}^{(s)}$ ,  $\phi$  — угол между проекцией волнового вектора на плоскость  $xy$  и осью  $x$ ,  $\hat{M}^{(C)}$ ,  $\hat{M}^{(L)}$ ,  $\hat{M}^{(1)}$  — поляризационные множители, индексы  $\alpha$  и  $\beta$  задают проекцию рассеянной волны,  $\xi_a$  — средняя длина поглощения,  $l_{(e)}$  — длина свободного пробега фотона для необыкновенной волны,  $z_b$  — положение плоскости, на которой сумма лестничных диаграмм обращается в ноль. Относительный пик когерентного обратного рассеяния  $B_{ee}(\Theta, \phi)$  описывается величиной

$$B_{ee}(\Theta, \phi) = \frac{J_{xx}^{(L)}(\mathbf{R}, \mathbf{k}^{(s)}) + J_{xx}^{(C)}(\mathbf{R}, \mathbf{k}^{(s)})}{J_{xx}^{(L)}(\mathbf{R}, \mathbf{k}^{(s)})}. \quad (34)$$

Здесь поляризации падающего и многократно рассеянного света направлены по оси  $x$  вдоль директора, что соответствует падающей и рассеянной волнам необыкновенного типа. На Рис. 3(а) показана угловая зависимость пика когерентного обратного рассеяния для двух сечений  $B_{ee}(\Theta, \phi = 0)$  и  $B_{ee}(\Theta, \phi = \pi/2)$ . Для сравнения на Рис. 3(б) показана экспериментальная кривая, полученная в работах [6, 7] для этого же ЖК в той же геометрии.

Как теоретические, так и экспериментальные данные показывают анизотропию пика когерентного обратного рассеяния: в сечение пика лежит эллипс, более вытянутый в направлении поперек директора. Отношения полуосей эллипса для рассчитанных и экспериментальных данных практически совпадают.

Исследован вклад в рассеяние для случая скрещенных поляризаций, когда падает обыкновенная волна, а регистрируется необыкновенная рассеянная волна. Показано, что для такого вклада пик когерентного

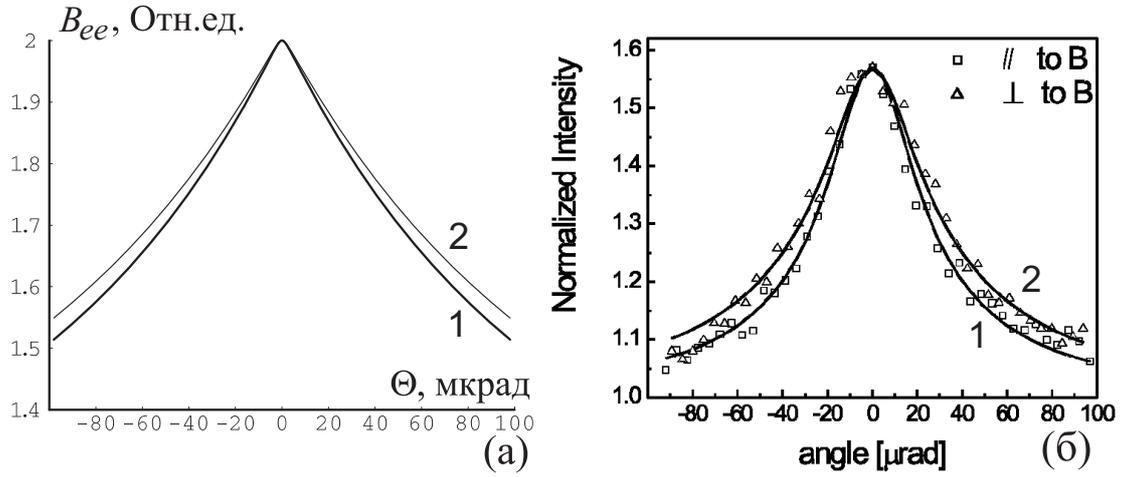


Рис. 3

Угловая зависимость сечений конуса когерентного обратного рассеяния: (а) — расчет по формуле (34), (б) — эксперимент [6, 7]. Расчеты проведены для жидкого кристалла 5СВ. Кривые 1 соответствуют сечению конуса в направлении вдоль директора, кривые 2 — сечению поперек директора.

обратного рассеяния отсутствует, что совпадает с результатами экспериментальных работ [6, 7].

**Шестая глава** посвящена проблемам временных корреляций при многократном рассеянии света в сильно неоднородных средах. Изучены временные корреляционные функции для систем анизотропных рассеивателей.

Рассмотрена среда со случайными пространственно временными флуктуациями диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(\mathbf{r}, t) = \varepsilon + \delta\varepsilon(\mathbf{r}, t)$  относительно среднего значения  $\varepsilon$ . Для скалярных полей исследована временная корреляционная функция, которая представляет собой среднее от произведения рассеянных полей  $\delta E(\mathbf{r}, t)$  в разные моменты времени

$$C(t) = \langle \delta E^*(\mathbf{r}, t) \delta E(\mathbf{r}, 0) \rangle = r^{-2} E^2 \int d\mathbf{r}_2 d\mathbf{r}'_2 d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}'_1 \Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1, t) \times \\ \times \exp(-i\mathbf{k}^{(s)} \cdot \mathbf{r}_2 + i\mathbf{k}^{(s)*} \cdot \mathbf{r}'_2 + i\mathbf{k}^{(i)} \cdot \mathbf{r}_1 - i\mathbf{k}^{(i)*} \cdot \mathbf{r}'_1), \quad (35)$$

где  $r$  — расстояние от рассеивающего объема до точки наблюдения,  $\Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1, t)$  — функция когерентности, которая удовлетворяет уравнению Бете–Солпитера (26). Рассмотрена геометрия для среды, за-

нимающей, полупространство  $z > 0$ . Волна падает на среду по нормали к поверхности. В этом случае временная корреляционная функция имеет вид

$$C(t) \sim \int d\mathbf{r}_\perp \int_0^\infty dz_2 \Phi(\mathbf{r}_\perp, z_2, t | \mathbf{k}^{(s)}, \mathbf{k}^{(i)}) \exp\left(-\frac{z_2}{l \cos \theta_s}\right), \quad (36)$$

где  $\theta_s$  — угол рассеяния,  $l$  — длина свободного пробега фотона. Функция  $\Phi(\mathbf{r}_\perp, z_2, t | \mathbf{k}^{(s)}, \mathbf{k}^{(i)})$  разложена по сферическим функциям вплоть до членов второго порядка ( $P_2$ -приближение)

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{r}_\perp, z_2, t | \mathbf{k}^{(s)}, \mathbf{k}^{(i)}) = & \frac{1}{4\pi l} [\gamma_0(\mathbf{r}_\perp, z_2, t) + \\ & + \gamma_1(\mathbf{r}_\perp, z_2, t) P_1^0(\cos \theta_s) + \gamma_2(\mathbf{r}_\perp, z_2, t) P_2^0(\cos \theta_s)], \quad (37) \end{aligned}$$

где  $P_j^0(x)$  — полиномы Лежандра. Такое разложение позволяет изучать временную корреляционную функцию в расширенном временном интервале и находить поправки к диффузионному приближению. Подставляя это разложение в уравнение Бете–Солпитера и интегрируя по  $\mathbf{r}_\perp$  с полиномами Лежандра, приходим к системе интегральных уравнений. Эта система является обобщением уравнения Милна на случай временных корреляций и частиц с анизотропной индикатрисой. После выполнения преобразования Лапласа по переменной  $z_2$ , решение этой системы построено методом Винера–Хопфа.

В качестве модели проанализировано рассеяние света взвешенными броуновскими частицами. Для расчета индикатрисы однократного рассеяния использовано приближение Рэлея–Ганса. Проведено сравнение рассчитанной временной корреляционной функции с экспериментом по рассеянию света в растворе полистирольных латексов. Получено качественное согласие для зависимости временной корреляционной функции от размеров рассеивателей и скорости диффузии.

Для электромагнитного поля, в случаях, когда нельзя пренебречь поляризационными эффектами, временная корреляционная функция поля,  $\hat{C}^{(E)}$ , наблюдаемая на большом расстоянии  $r$  от рассеивающей

среды, представляется в виде

$$\langle \delta E_\phi(\mathbf{r}, t) \delta E_\phi^*(\mathbf{r}, 0) \rangle = (1/r^2) P_{\phi\beta_1} P_{\phi\beta_2} C_{\beta_1\beta_2\alpha_1\alpha_2}^{(E)}(t|\mathbf{k}^{(s)}, \mathbf{k}^{(i)}) E_{\alpha_1}^0 E_{\alpha_2}^0, \quad (38)$$

где  $E_\alpha^0$  — амплитуда падающей волны с поляризацией  $\alpha$ ,  $\phi$  и  $\alpha_j$  — соответственно поляризации рассеянного и падающего света, с волновыми векторами  $\mathbf{k}^{(s)}$  и  $\mathbf{k}^{(i)}$ . Оператор  $\hat{P} = \hat{I} - \mathbf{k}^{(s)} \otimes \mathbf{k}^{(s)} / k^{(s)2}$  обеспечивает поперечность рассеянной волны. Процедура построения временной корреляционной функции аналогична скалярному случаю. Построена временная корреляционная функция для электромагнитного поля в  $P_1$ -приближении. Рассчитана величина, описывающая разность поляризованной и деполаризованной компонент интенсивности обратного рассеяния, в зависимости от угла рассеяния для различных значений  $\overline{\cos \theta}$  — среднего косинуса угла рассеяния, являющегося основным параметром, описывающим анизотропию однократного рассеяния. Разность между интенсивностями поляризованной и деполаризованной компонент обратного рассеяния сильно зависит от параметра анизотропии. Для слабо анизотропных систем степень поляризации монотонно убывает с ростом угла рассеяния. Для умеренных значений параметра анизотропии относительная доля деполаризованной компоненты возрастает с ростом угла рассеяния по сравнению с соответствующим значением при рассеянии строго назад. При больших значениях анизотропии,  $\overline{\cos \theta} \geq 0.6$ , возникает ситуация, когда с увеличением угла рассеяния поляризация меняет знак: деполаризованная компонента рассеянного излучения становится больше поляризованной компоненты.

**В приложения** вынесены наиболее громоздкие расчеты.

**В заключении** сформулированы основные результаты работы.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. *Aksenova E.V., Romanov V.P., Val'kov A.Yu.* Green's function of wave field in media with one-dimensional large-scale periodicity. Physical Review E, 1999, V. 59, No. 1, P. 1184–1192.
2. *Кузьмин В.Л., Аксенова Е.В.* Временные корреляции многократ-

- но рассеянного света в ограниченной системе с анизотропной индикатрисой однократного рассеяния, *Оптика и спектроскопия*, 1999, Т. 87, № 3, С. 461–469.
3. *Aksenova E.V., Romanov V.P., Val'kov A.Yu.* Green's function of electromagnetic field in cholesteric liquid crystals with large-scale periodicity, Proceedings of the International Seminar "Day on Diffraction", 1999, P. 7–15.
  4. *Кузьмин В.Л., Романов В.П., Аксенова Е.В., Рунова Т.Л.* Исследование временной корреляционной функции рассеянного света в ограниченных сильнонеоднородных средах, *Оптика и спектроскопия*, 2000, Т. 89, № 6, С. 1022–1031.
  5. *Aksenova E.V., Romanov V.P., Val'kov A.Yu.* Waveguide propagation of light in cholesterics with large pitch, *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, 2001, V. 359, P. 351–364.
  6. *Аксенова Е.В., Вальков А.Ю., Романов В.П.* Особенности оптических свойств геликоидальных жидких кристаллов с большим шагом спирали, *Оптика и спектроскопия*, 2001, Т. 91, № 6, С. 1030–1042.
  7. *Aksenova E.V., Romanov V.P., Val'kov A.Yu.* WKB method in the problem of thermal fluctuations in anisotropic media with one-dimensional periodicity, Proceedings of the International Seminar "Day on Diffraction-2001", Saint Petersburg, Russia, 2001, P. 7–17.
  8. *Kuzmin V.L., Romanov V.P., Aksenova E.V.* Multiple scattering temporal correlation function in a half space with finite-size heterogeneities, *Physical Review E*, 2002, V. 65, No. 1, 016601.
  9. *Кузьмин В.Л., Романов В.П., Аксенова Е.В.* Временная корреляционная функция многократного рассеяния света и когерентное обратное рассеяние в ограниченной среде, *Оптика и спектроскопия*, 2002, Т. 92, № 3, С. 475–486.
  10. *Aksenova E.V., Romanov V.P., Val'kov A.Yu.* Optical properties and fluctuations in liquid crystals with one-dimensional large-scale periodicity, in *Wave Scattering in Complex Media: From Theory to Applications*,

edited by van Tiggelen B.A. and Skipetrov S.E., Kluwer Academic Publishers, NATO Science Series II. Mathematics, Physics and Chemistry, Dordrecht, 2003, V. 107, P. 519–534.

11. Кузьмин В.Л., Аксенова Е.В. Обобщенное решение Милна для корреляционных эффектов многократного рассеяния света с учетом поляризации, *ЖЭТФ*, 2003, Т. 123, № 5, С. 929–945.
12. Аксенова Е.В., Вальков А.Ю., Романов В.П. Рассеяние света в холестерических жидких кристаллах с большим шагом спирали, *ЖЭТФ*, 2004, Т. 125, № 1, С. 72–102.
13. Aksenova E.V., Romanov V.P., Val'kov A.Yu. Calculation of correlation function of the director fluctuations in cholesteric liquid crystals by WKB method, *Journal of Mathematical Physics*, 2004, V. 45, No. 6, P. 2420–2446.
14. Аксенова Е.В., Вальков А.Ю., Каретников А.А., Ковшик А.П., Романов В.П., Рюмцев Е.И. Особенности рефракции необыкновенного луча в геликоидальной среде с большим шагом спирали, *ЖЭТФ*, 2004, Т. 126, № 5, С. 1109–1122.
15. Aksenova E.V., Karetnikov A.A., Kovshik A.P., Romanov V.P., Val'kov A.Yu. Return back of the extraordinary beam for oblique incidence in helical liquid crystals with large pitch, *Europhysics Letters*, 2005, V. 69, No. 1, P. 68–74.
16. Aksenova E.V., Romanov V.P., Val'kov A.Yu. Scattering of light in cholesteric liquid crystals with large pitch, *Physical Review E*, 2005, V. 71, No. 5, 051702.
17. Аксенова Е.В., Крюков Е.В., Романов В.П. Распространение света в геликоидальной среде с крупномасштабной периодичностью, *Оптика и спектроскопия*, 2006, Т. 101, № 6, С. 1006–1017.
18. Aksenova E.V., Kryukov E.V., Romanov V.P. Light propagation in helicoidal media with large periodicity, *Proceedings of the International Conference “Days On Diffraction”*, St.Petersburg, Russia, May 30 – June 2, 2006, P. 7–16.

19. Аксенова Е.В., Крюков Е.В., Романов В.П. Особенности распространения света в киральных средах, *ЖЭТФ*, 2007, Т. 132, № 6, С. 1435–1453.
20. Aksenova E.V., Karetnikov A.A., Kovshik A.P., Kryukov E.V., Romanov V.P. Light propagation in chiral media with large pitch, *Journal of the Optical Society of America A*, 2008, V. 25, No. 3, P. 600–608.
21. Аксенова Е.В., Вальков А.Ю., Романов В.П. Распространение и рассеяние света в слоистых средах, *Оптика и спектроскопия*, 2008, Т. 104, № 3, С. 440–473.
22. Аксенова Е.В., Каретников А.А., Ковшик А.П., Крюков Е.В., Романов В.П. Прохождение света через запрещенную зону в киральных средах, *Оптика и спектроскопия*, 2008, Т. 104, № 6, С. 1001–1012.
23. Aksenova E.V. Propagation and scattering of light in helical liquid crystals with large pitch, *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, 2008, V. 495, P. 1/[353]–29/[381].
24. Aksenova E.V., Kryukov E.V., Romanov V.P. Propagation of light in chiral media with large pitch, *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, 2008, V. 495, P. 30/[382]–50/[402].
25. Aksenova E.V., Romanov V.P., Val'kov A.Yu. Green's function of electromagnetic field in cholesteric liquid crystals with large-scale periodicity, Booklet of abstracts, International Seminar "Day on Diffraction'99", Saint Petersburg, Russia, 1999, P. 47.
26. Aksenova E.V., Romanov V.P., Val'kov A.Yu. Structure of forbidden zones in problems of wave propagation in media with large-scale periodicity, Booklet of abstracts, International Seminar "Day on Diffraction'2000", Saint Petersburg, Russia, 2000, P. 13.
27. Aksenova E.V., Romanov V.P., Val'kov A.Yu. WKB method in the problem of thermal fluctuations in anisotropic media with one-dimensional periodicity, Booklet of abstracts, International Seminar "Day on Diffraction'2001", Saint Petersburg, Russia, 2001, P. 39.
28. Aksenova E.V., Romanov V.P., Val'kov A.Yu. Propagation of electromagnetic waves and fluctuations in liquid crystals with one-dimensional

- large-scale periodicity, Book of abstracts, International Conference “Physics of Liquid Matter: Modern Problems”, Kyiv, 2001, P. 138.
29. *Aksenova E.V., Romanov V.P., Val'kov A.Yu.* Optical and statistical properties of cholesteric liquid crystals with the large pitch, Book of abstracts, 19th International Liquid Crystal Conference, Edinburgh, United Kingdom, 30 June – 5 July, 2002, P91.
  30. *Aksenova E.V., Val'kov A.Yu.* Landau-Peierls instability in smectic-A films: new aspects, Book of abstracts, 19th International Liquid Crystal Conference, Edinburgh, United Kingdom, 30 June – 5 July, 2002, P384.
  31. *Aksenova E.V., Romanov V.P., Val'kov A.Yu.* Propagation and scattering of light in twist-cells of liquid crystals with large pitch, Book of abstracts, 11th International Topical Meeting on Optics of Liquid Crystals, October 2–7, 2005, Clearwater Beach, Florida, USA, P. 102.
  32. *Aksenova E.V., Kryukov E.V., Romanov V.P.* Light propagation in helicoidal media with large periodicity, Booklet of abstracts, International Conference “Days on Diffraction”, St.Petersburg, Russia, May 30 – June 2, 2006, P. 86.
  33. *Aksenova E.* Scattering of light in helical liquid crystals with large pitch, Book of abstracts, 21st International Liquid Crystal Conference, July 2–7, 2006, Keystone, Colorado, USA, P. 533.
  34. *Aksenova E., Kryukov E., Romanov V.* Light propagation in helical media with large periodicity in the turning point vicinity, Book of abstracts, 21st International Liquid Crystal Conference, July 2–7, 2006, Keystone, Colorado, USA, P. 534.
  35. *Aksenova E.* Propagation and scattering of light in helical liquid crystals with large pitch, Book of abstracts, 9th European Conference on Liquid Crystal, July 2–6, 2007, Lisbon, Portugal, PJ1, P. 325.
  36. *Aksenova E., Kryukov E., Romanov V.* Light propagation in helical liquid crystals with the large pitch in the turning point vicinity, Book of abstracts, 9th European Conference on Liquid Crystal, July 2–6, 2007, Lisbon, Portugal, PJ2, P. 326.

## Цитируемая литература

1. *Де Жен П.* Физика жидких кристаллов. М., Мир, 1977.
2. *Stephen M.J., Straley J.P.* Rev. Mod. Phys., 1974, V. 46, No. 4, P. 617.
3. *Фелсен Л., Маркувиц Н.* Излучение и рассеяние волн. М., Мир, 1978.
4. *Lax M., Nelson D.F.* Phys. Rev. B, 1971, V. 4, No. 10, P. 3694.
5. *Stark H., Lubensky T.C.* Phys. Rev. E, 1997, V. 55, P. 514.
6. *Sapienza R., Mujumdar S., Cheung C., Yodh A.G., Wiersma D.* Phys. Rev. Lett., 2004, V. 92, P. 033903.
7. *Sapienza R., Wiersma D.S., Delande D.* Mol. Cryst. Liq. Cryst., 2005, V. 429, P. 193.