

QUANTUM HALL EFFECT

O. V. KIBIS

The Quantum Hall Effect is a macroscopic quantum effect, observable in low-dimensional solid state structures. This effect has a fundamental character, as long as it represents a new macroscopic manifestation of quantum properties of solid states and, at the same time, possesses applied importance as a method of precisely measuring the universal physical constants.

Квантовый эффект Холла является макроскопическим квантовым эффектом, наблюдаемым в низкоразмерных твердотельных структурах. Этот эффект носит фундаментальный характер, поскольку представляет собой новое макроскопическое проявление квантовых свойств вещества, и в то же время имеет важное прикладное значение как метод точного измерения универсальных физических констант.

© Кибис О.В., 1999

КВАНТОВЫЙ ЭФФЕКТ ХОЛЛА

О. В. КИБИС

Новосибирский государственный технический университет

К числу наиболее ярких открытий в физике твердого тела за последнюю четверть века по праву можно отнести квантовый эффект Холла [1], представляющий собой новое макроскопическое проявление квантовых свойств вещества. Прежде чем перейти к обсуждению этого эффекта, вспомним, что представляет собой открытый более ста лет назад классический эффект Холла.

ЧТО ТАКОЕ КЛАССИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ ХОЛЛА

Классический эффект Холла заключается в возникновении в проводнике с током I , помещенном в магнитное поле \mathbf{B} , электрического поля E_H в направлении, перпендикулярном к I и \mathbf{B} . Выясним причину возникновения этого электрического поля.

Пусть проводник с током I , текущим вдоль оси x под действием созданного источником ЭДС электрического поля, помещен в магнитное поле \mathbf{B} , направленное вдоль оси z (рис. 1). На электроны, движущиеся в проводнике со скоростью v и создающие ток I , со стороны магнитного поля будет действовать направленная по оси y сила Лоренца

$$F_B = evB, \tag{1}$$

где e – взятое по модулю значение заряда электрона. Под действием силы Лоренца (1) электроны отклоняются от движения вдоль оси x и скапливаются у боковой грани проводника, перпендикулярной к оси y , заряжая ее отрицательно. Соответственно противоположная боковая грань проводника заряжается положительно и в проводнике вдоль оси x возникает электрическое поле E_H (холловское поле). Электроны будут отклоняться под действием силы Лоренца до тех пор, пока заряд на боковых гранях проводника не станет настолько большим, что действующая на электроны со стороны холловского поля сила

$$F_H = eE_H \tag{2}$$

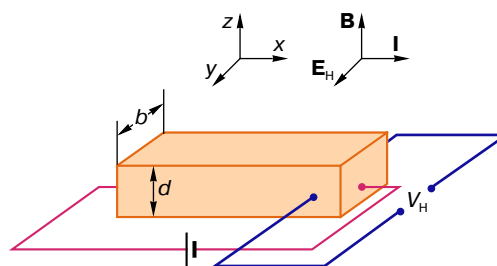


Рис. 1. Схема для наблюдения эффекта Холла

не уравновесит силу Лоренца (1). Условие равновесия сил (1) и (2)

$$eE_H = evB \quad (3)$$

позволяет найти холловскую разность потенциалов (ЭДС Холла) V_H между боковыми гранями проводника. Обозначим буквами b и d геометрические размеры проводника, изображенного на рис. 1. Согласно (3),

$$V_H = E_H b = bvB. \quad (4)$$

Из определения силы тока I следует, что

$$I = envS, \quad (5)$$

где концентрация электронов в проводнике

$$n = \frac{N}{V}, \quad (6)$$

N – полное число электронов в проводнике, $V = S_0 d$ – объем проводника, S_0 – площадь поперечного сечения проводника в плоскости (x, y) , а $S = bd$ – площадь поперечного сечения проводника в плоскости (z, y) . Тогда из (4) и (5) получаем

$$V_H = R_H I, \quad (7)$$

где величина

$$R_H = \frac{B}{e n d} \quad (8)$$

называется холловским сопротивлением.

ГДЕ НАБЛЮДАЕТСЯ КВАНТОВЫЙ ЭФФЕКТ ХОЛЛА

В отличие от классического квантовый эффект Холла наблюдается в проводниках, толщина которых d чрезвычайно мала и сравнима с межатомным расстоянием. В таких проводниках, называемых двумерными электронными системами, поступательное движение электрона вдоль оси z невозможно, в связи с чем движение электрона носит двумерный характер в плоскости (x, y) . Типичным примером двумерной электронной системы, в которой наблюдается квантовый эффект Холла [1], является структура металл–диэлектрик–полупроводник (МДП-структура), образованная слоями металла и полупроводника, разделенными слоем диэлектрика (рис. 2). Такая структура представляет собой плоский конденсатор, обкладками которого являются слои металла и полупроводника. При подаче напряжения V_g между этими обкладками в приповерхностной области полупроводника возникает тонкий проводящий электронный слой (инверсионный канал), представляющий собой двумерную электронную систему, причем заряд этого электронного слоя определяется хорошо известным для конденсаторов выражением

$$Q = C_0 V_g, \quad (9)$$

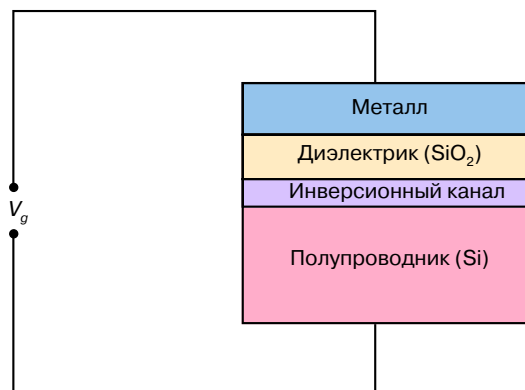


Рис. 2. Кремниевая МДП-структура

где C_0 – емкость МДП-структуры. Поскольку

$$Q = Ne, \quad (10)$$

то из (9), (10) получаем число электронов в этой двумерной системе

$$N = \frac{C_0 V_g}{e}. \quad (11)$$

Более подробное обсуждение свойств и способов реализации низкоразмерных электронных систем можно найти в [2–4].

В ЧЕМ ОСОБЕННОСТЬ ПОВЕДЕНИЯ ДВУМЕРНОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Хорошо известно, что в случае локализации электрона в ограниченной области пространства законы квантовой механики разрешают электрону принимать не любые значения энергии, а лишь ряд строго определенных дискретных значений (частным следствием этих законов является наличие дискретного энергетического спектра электрона в атоме, где движение электрона локализовано в области пространства вблизи атомного ядра благодаря кулоновскому притяжению электрона к ядру). Нетрудно убедиться в том, что в случае малой толщины d проводника, изображенного на рис. 1, движение электрона носит локализованный характер. В самом деле, благодаря наличию магнитного поля движение электрона в плоскости (x, y) будет происходить по имеющей форму окружности циклотронной орбите и будет ограничено радиусом r этой окружности, а движение электрона вдоль оси z будет ограничено малой толщиной d двумерного слоя. Таким образом, движение электрона оказывается локализованным в ограниченной области пространства по всем трем координатам x, y и z , что приводит к появлению дискретного энергетического спектра. Решение

уравнения Шрёдингера для электрона в магнитном поле показывает, что радиус циклотронной орбиты

$$r = \left(\frac{\hbar}{\pi e B} \right)^{1/2}, \quad (12)$$

где \hbar – постоянная Планка, а угловая частота вращения электрона по циклотронной орбите (частота прецессии) есть

$$\omega = \frac{eB}{m}, \quad (13)$$

где m – масса электрона. Поскольку вращательное движение электрона носит периодический осциллирующий характер, то уровни энергии электрона в магнитном поле определяются хорошо известным квантово-механическим выражением для энергии гармонического осциллятора

$$E_n = \frac{\hbar\omega}{2\pi} \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad (14)$$

где номер энергетического уровня $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, а в роли частоты колебаний осциллятора ω выступает частота прецессии (13). Энергетические уровни (14), схематично изображенные на рис. 3, называются уровнями Ландау в честь выдающегося физика-теоретика Л.Д. Ландау, впервые получившего выражение (14) при решении уравнения Шрёдингера для электрона в магнитном поле. Из (12) следует, что площадь, ограниченная циклотронной орбитой одного электрона в плоскости (x, y) , есть

$$S_e = \pi r^2 = \frac{\hbar}{eB}. \quad (15)$$

Поскольку площадь двумерного электронного слоя в плоскости (x, y) равна S_0 , то максимальное число

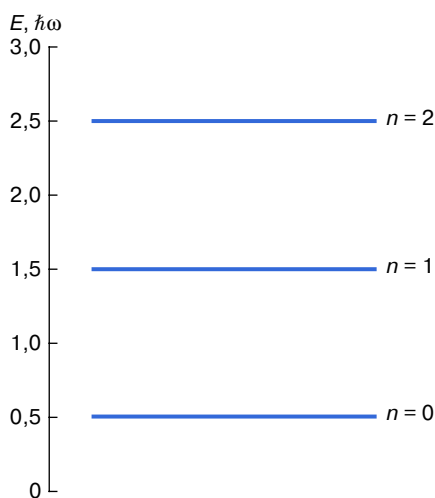


Рис. 3. Структура уровней энергии электрона в магнитном поле

электронов, которые могут разместиться в этой плоскости на данном уровне Ландау, есть

$$N_0 = \frac{S_0}{S_e} = \frac{S_0 e B}{\hbar}. \quad (16)$$

В ЧЕМ СОСТОИТ СУТЬ КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА

Для того чтобы выяснить особенности протекания электрического тока в двумерной электронной системе с дискретным энергетическим спектром (14), вспомним, с чем связано протекание тока в обычных трехмерных проводниках. Движение электронов под действием внешнего электрического поля в проводниках качественно можно представить себе следующим образом: благодаря внешнему электрическому полю, созданному источником ЭДС, электрон в проводнике движется с ускорением и плавно увеличивает свою энергию до тех пор, пока при столкновении с дефектом кристаллической решетки не потеряет приобретенную энергию, после чего процесс плавного ускорения электрона повторяется вновь (подробный анализ процесса протекания электрического тока в проводнике проведен в статье [5]). Такое скачкообразное движение электрона характеризуется средней скоростью упорядоченного движения (дрейфовой скоростью) v , которая и определяет силу тока (5). Таким образом, протекание тока I вдоль оси x (рис. 1) неразрывно связано с возможностью плавного увеличения энергии электрона под действием внешнего электрического поля.

В случае дискретного энергетического спектра (14) возможность плавного изменения энергии электрона отсутствует, поскольку изменение энергии в этом случае при переходе электрона с одного уровня Ландау на другой может быть только скачкообразным. Такое скачкообразное изменение энергии электрическое поле обеспечить не может, в связи с чем при наличии дискретного энергетического спектра (14) протекание тока I оказывается невозможным. Однако в реальных двумерных электронных системах ток I в общем случае не равен нулю, и связано это с тем, что при выводе соотношения (14) для дискретного энергетического спектра не была учтена возможность рассеяния электрона на дефектах кристаллической решетки (на примесных атомах, на дислокациях и пр.), которые в избытке присутствуют в любом реальном твердом теле. Пусть электрон движется по циклотронной орбите с центром в точке 1, изображенной на рис. 4. При столкновении с рассеивающим центром 2 электрон перескочит на циклотронную орбиту с центром в точке 2. Таким образом, при наличии рассеяния электрон уже нельзя считать локализованным в пределах одной циклотронной орбиты: движение электрона в плоскости (x, y) становится делокализованным, что в соответствии с основными принципами квантовой механики приводит к

исчезновению дискретного характера энергетического спектра.

Анализ уравнения Шрёдингера для электрона в магнитном поле при наличии дефектов кристаллической решетки показывает, что благодаря рассеянию электрона дискретные энергетические уровни (14) превращаются в узкие энергетические полосы шириной $\Delta E \sim h/\tau$, где τ – среднее время между актами рассеяния электрона. Поскольку в пределах уширенного уровня Ландау возможно плавное изменение энергии электрона под действием электрического поля, то становится возможным описанный выше механизм протекания электрического тока вдоль оси x . Таким образом, непременным условием протекания электрического тока вдоль оси x является наличие процессов рассеяния электрона. Рассматривая изображенный на рис. 4 процесс рассеяния электрона из состояния с центром циклотронной орбиты в точке 1 (состояние 1) в состояние с центром циклотронной орбиты в точке 2 (состояние 2), мы предполагали, что состояние 2 не занято другим электроном (в противном случае этот процесс рассеяния оказался бы невозможен из-за принципа Паули, запрещающего двум электронам находиться в одном состоянии). Предположение о том, что состояние 2 свободно и рассеяние электрона возможно, вполне справедливо для случая, когда число электронов на уровне Ландау незначительно по сравнению с числом электронов на полностью заполненном уровне Ландау N_0 . В случае, когда чис-

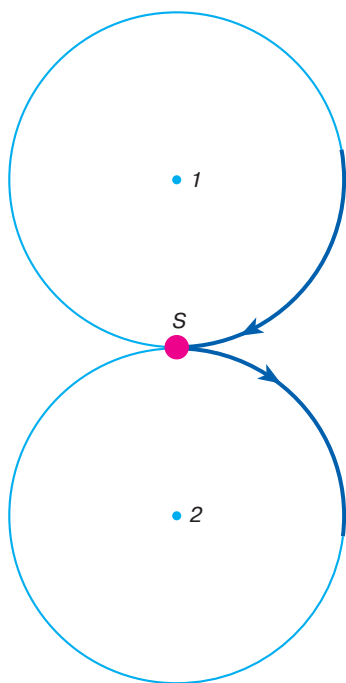


Рис. 4. Процесс рассеяния электрона на дефекте кристалла

ло электронов на уровне Ландау оказывается равно N_0 , все состояния на данном уровне оказываются заняты электронами и, несмотря на наличие рассеивающих центров, изображенный на рис. 4 переход электрона с одной циклотронной орбиты на другую в пределах одного уровня Ландау оказывается невозможным.

Для осуществления процессов рассеяния с переходом электрона на свободные (вышележащие по энергии) уровни Ландау необходимо преодолеть энергетический порог $h\omega/2\pi$ между соседними уровнями Ландау (14). В то же время хорошо известно, что средняя энергия, которую электрон может получить от окружающей среды при температуре T , есть величина $\sim k_B T$, где k_B – постоянная Больцмана. Поэтому при достаточно низких температурах

$$T \ll \frac{h\omega}{2\pi k_B} \quad (17)$$

электрон не может получить извне энергию, сопоставимую с величиной энергетического порога между уровнями Ландау, в связи с чем переходы электрона между различными уровнями Ландау также оказываются запрещенными. Таким образом, при полностью заполненном электронами уровне Ландау и выполнении условия (17) исчезает уширение уровня Ландау вследствие исчезновения процессов рассеяния электронов и протекание тока I оказывается невозможным. Отсюда следует, что сила тока I обращается в нуль при тех значениях V_g , при которых $N = iN_0$, где $i = 1, 2, 3, \dots$ – число полностью заполненных электронами уровней Ландау. Из (6), (8), (11) и (16) следует, что при тех значениях V_g , когда $I = 0$, холловское сопротивление (8) есть

$$R_H = \frac{S_0 B}{Ne} = \frac{h}{e^2 i} \quad (18)$$

Таким образом, величина холловского сопротивления (18) определяется только фундаментальными физическими постоянными: постоянной Планка h и зарядом электрона e .

В ЧЕМ ВАЖНОСТЬ КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА

Изменяя V_g и измерив $1/R_H$ в тот момент, когда ток I вдоль оси x обратится в нуль, можно с высокой точностью определить величину e^2/h . Качественный вид экспериментальной зависимости величины $1/R_H$ от V_g , имеющей характерный вид лестницы, приведен на рис. 5. На ступеньках этой лестницы значения величины $1/R_H$ оказываются кратными e^2/h . Замечательным оказывается то обстоятельство, что именно такая комбинация фундаментальных постоянных совместно со скоростью света c определяет фундаментальную мировую константу, называемую постоянной тонкой структуры и характеризующую взаимодействие электронов с электро-

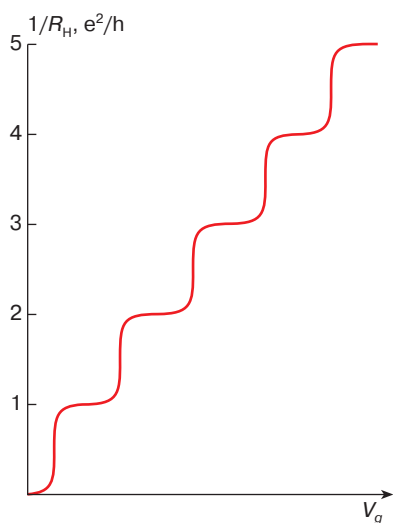


Рис. 5. Зависимость холловской проводимости $1/R_H$ от напряжения V_g на МДП-структуре

магнитным излучением, которая в системе единиц СГСЭ имеет вид

$$\alpha = \frac{2\pi e^2}{hc}. \quad (19)$$

Постоянная (19) играет важнейшую роль в теории квантовой электродинамики, в связи с чем для проверки правильности положений этой теории необходимо иметь независимые методики определения точного численного значения α . Одна из этих методик и построена на использовании квантового эффекта Холла.

Таким образом, квантовый эффект Холла, с одной стороны, является фундаментальным явлением, в котором квантовые свойства вещества проявляются в макроскопических масштабах, а с другой — имеет важнейшее прикладное значение в метрологии как метод точного определения фундаментальных физических постоянных. Благодаря фундаментальному и прикладному значению квантового эффекта Холла первооткрыватель этого явления Клаус фон Клитцинг в 1985 году был удостоен Нобелевской премии по физике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Klitzing K. von, Dorda G., Pepper M. // Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 45. P. 494–497.
2. Андо Т., Фаулер А., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М.: Мир, 1985. 416 с.
3. Демиховский В.Я. Квантовые ямы, нити, точки: Что это такое? // Соросовский Образовательный Журнал. 1997. № 5. С. 80–86.
4. Шик А.Я. Квантовые нити // Соросовский Образовательный Журнал. 1997. № 5. С. 87–92.
5. Брандт Н.Б. Сверхпроводимость // Соросовский Образовательный Журнал. 1996. № 1. С. 100–107.

* * *

Олег Васильевич Кибис, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной и теоретической физики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов – физика низкоразмерных твердотельных структур. Автор 38 научных и учебно-методических работ.