

QUANTUM HALL EFFECT

E. N. BORMONTOV

The Quantum Hall Effect is one of a few macroscopic quantum phenomena and also one of the most interesting effects in modern physics. This effect has principal importance for investigations in the fields of solid state physics, quantum electrodynamics and metrology.

Квантовый эффект Холла – одно из немногих макроскопических квантовых явлений и вместе с тем один из интереснейших эффектов в современной физике. Эффект имеет принципиальное значение для исследований в области физики твердого тела, квантовой электродинамики и метрологии.

© Бормонтов Е.Н., 1999

КВАНТОВЫЙ ЭФФЕКТ ХОЛЛА¹

Е. Н. БОРМОНТОВ

Воронежский государственный университет

ВВЕДЕНИЕ

Квантовый эффект Холла (КЭХ) – наиболее яркое и удивительное открытие в современной физике твердого тела, затрагивающее глубинные основы всей физики [1–5]. Самое удивительное, что этот эффект открыт при изучении давно известного явления – эффекта Холла с использованием простейших приборов: амперметра и вольтметра. Конечно, нельзя забывать, что объект исследования – двумерные (2D) электронные системы, реализуемые, например, в кремниевых структурах металл–окисел–полупроводник высокого качества, появились в результате многолетней работы физиков и технологов. Но для того чтобы сделать экспериментальное открытие, мало наблюдать какой-то эффект, нужно также понимать смысл и значение этого наблюдения. До открытия КЭХ никто не предполагал, что в сложных полупроводниковых структурах можно обнаружить макроскопический квантовый эффект, позволяющий измерять фундаментальные физические постоянные с той же точностью, что и в

¹ ПРИМЕЧАНИЕ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА ЖУРНАЛА

В этом номере читатели найдут две статьи под одним и тем же названием “Квантовый эффект Холла”. Статья Олега Васильевича Кибиса поступила в редакцию СОЖ еще в 1997 году. Как это принято у нас в журнале, ее направили на отзыв к внешнему рецензенту (им был Н.Б. Брандт), который сделал достаточно много замечаний и просил автора статью переработать. Пришлось автору перерабатывать ее еще раз по требованию второго рецензента. Затем статья с положительным решением экспертного совета по физике была направлена мне в Вашингтон для окончательного рассмотрения. Я направил ее в печать. Но пока статья находилась в пути из США в Москву, в редакцию пришла другая статья под тем же названием, написанная Евгением Николаевичем Бормонтовым. Рецензент В.П. Крайнов дал сразу же высокую оценку статье Бормонтова, после чего экспертный совет по физике направил мне следующее письмо:

“Совет считает, что статья Е.Н. Бормонтова очень удачно соответствует основной задаче СОЖ – доходчивым для школьников языком излагает даже самые передовые достижения в науке и имеет в этом смысле преимущества перед уже принятой Советом статьей О.В. Кибиса.

В.В. Михайлин, Ю.В. Копаев,
Н.Ф. Степанов, Б.А. Струков”.

Еще раз просмотрев обе статьи, я нашел, что они неидентичны. К тому же О.В. Кибис затратил много сил на то, чтобы исправлять и дополнять статью в соответствии с требованиями двух рецензентов, и было бы неэтичным отвергнуть его статью через полтора года после присылки первой версии в журнал. Поэтому я решил все-таки пойти другим путем, чем предлагает уважаемый экспертный совет: опубликовать обе статьи – одну за другой. Я думаю, что они хорошо дополняют друг друга.

В.Н. Сойфер

прецизионных и весьма сложных экспериментах физики элементарных частиц.

Открытие КЭХ затронуло широкий круг физиков: экспериментаторов, работающих в области физики полупроводников и твердотельной электроники, метрологов, а также теоретиков – специалистов в области теории твердого тела и теории поля. Последнее особенно существенно, так как показывает, что интерпретация КЭХ принадлежит к числу важнейших фундаментальных проблем физики. За открытие этого замечательного явления Клаусу фон Клитцингу присуждена Нобелевская премия по физике за 1985 год.

ДВУМЕРНЫЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ГАЗ И ЕГО СВОЙСТВА

Создание двумерного электронного газа (2DЭГ) – важнейшая предпосылка для наблюдения КЭХ. Электроны образуют 2DЭГ в том случае, когда их движение в одной плоскости (плоскости $xу$) является свободным, а в направлении оси z ограничено стенками узкой потенциальной ямы.

Обычно 2DЭГ создают прижимая внешним электрическим полем электроны к диэлектрику, как показано на рис. 1. Электроны не могут отойти от границы с диэлектриком в глубь полупроводника, так как их не пускает электрическое поле, и не могут войти в диэлектрик, так как не могут преодолеть высокий потенциальный барьер на границе с диэлектриком. Электрическое поле в приповерхностной области полупроводника создается специальным электродом (так называемым затвором), отделенным от поверхности полупроводника слоем диэлектрика. Если полупроводник – кремний, а диэлектрик – окись кремния, то такой прибор называют кремниевой МОП-структурой, где МОП – сокращение от Металл–Оксид–Полупроводник.

Так как электрическое поле в полупроводнике обусловлено положительным напряжением на затворе (положительными зарядами), то электроны, имеющие отрицательный заряд, притягиваются к границе между полупроводником и диэлектриком. Это значит, что потенциальная энергия уменьшается при приближении к этой границе и минимальной энергией обладают те электроны, которые находятся на границе (рис. 1). Таким образом, в приповерхностной области полупроводника образуется узкая потенциальная яма, которая заполняется электронами через дополнительные электроды стока и истока. Ширина потенциальной ямы оказывается настолько мала (~5 нм), что электронный газ в ней проявляет 2D-свойства. Напряжение V_g , прикладываемое между металлическим затвором и полупроводниковой подложкой МОП-структуры, позволяет менять глубину потенциальной ямы и, следовательно, концентрацию 2DЭГ n_s в больших пределах (10^{11} – 10^{13} см⁻²), причем связь V_g и n_s практически линейна и определяется удельной емкостью

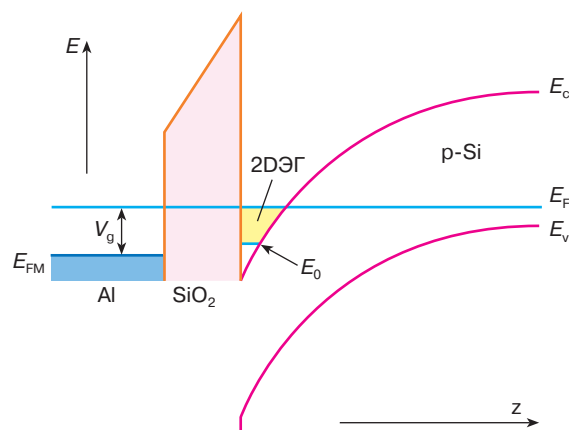


Рис. 1. Схемы энергетических зон МОП-структуры с двумерным электронным газом: E_C , E_V – дно зоны проводимости и потолок валентной зоны, E_F – уровень Ферми в полупроводнике, а E_{FM} – в металле затвора, V_g – напряжение между затвором и полупроводником

тью окисла МОП-структуры [6]. Это используется для наблюдения КЭХ.

Фундаментальные свойства 2DЭГ являются следствием того факта, что энергетический спектр электронной системы, с которой проводится эксперимент, состоит из дискретных энергетических уровней. В обычных условиях энергия E движущихся электронов квазинепрерывна и ее можно сравнить с кинетической энергией свободных электронов с импульсом $p = \hbar k$ (\hbar – постоянная Планка, k – волновой вектор), но с эффективной массой m :

$$E = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}. \quad (1)$$

В двумерном электронном газе движение электронов по оси z ограничено и поэтому квантуется. В результате энергия может принимать лишь некоторые дискретные значения E_n , $n = 0, 1, 2, \dots$, так что полный закон дисперсии имеет вид

$$E = E_n + \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m}. \quad (2)$$

Из (2) видно, что каждому дискретному уровню E_n соответствует набор возможных состояний, отличающихся компонентами импульса p_x и p_y . Поэтому обычно говорят не об уровне, а о двумерной подзоне размерного квантования с номером n .

Теоретические расчеты и эксперименты показывают, что порядок величины расстояния между этими подзонами составляет 10 мэВ. При низких температурах ($T < 4$ К) и малых плотностях носителей заряда в 2DЭГ электроны заселяют только нижнюю подзону. Такая ситуация называется электрическим квантовым пределом. По устоявшейся терминологии только в этом случае электронный газ называется двумерным. Когда электроны принадлежат не-

скольким квантовым подзонам, газ называется квазидвумерным.

Важнейшей характеристикой 2DЭГ, как и любой электронной системы, является энергетическая плотность состояний электронов (то есть число состояний в единичном интервале энергий на единицу площади). Рассчитаем эту величину для отдельной 2D-подзоны.

Изменение энергии электрона на dE равносильно изменению его волнового вектора на dk . Поэтому все 2D-электроны, обладающие энергией в интервале dE , расположены в пространстве волнового вектора в круговом слое между окружностями с радиусами k и $k + dk$. Площадь такого слоя $S = 2\pi k dk$. Площадь элементарной ячейки в k -пространстве $s = (2\pi)^2$. Следовательно, с учетом двукратного спинового вырождения число состояний с волновыми векторами от k до $k + dk$ равно $D(E)dE = 2S/s = 2 \cdot 2\pi k dk / 4\pi^2 = k dk / \pi$. Учитывая связь между волновым вектором и энергией $E = \hbar^2 k^2 / (2m)$, получаем, что число состояний с энергией от E до $E + dE$ отдельной подзоны в расчете на единицу площади $D(E)dE = (m/\pi\hbar^2)dE$, а плотность квантовых 2D-состояний

$$D(E) = D_0 = \frac{m}{\pi\hbar^2}. \quad (3)$$

Зависимость полной плотности 2D-состояний электронов от энергии представляет собой лестницу, каждая ступенька которой возникает при $E = E_n$ (рис. 2). Независимость плотности состояний отдельной подзоны от энергии является важной особенностью двумерного газа, отличающей его от трехмерного, где она пропорциональна \sqrt{E} . Поэтому в трехмерных системах плотность состояний имеет монотонный характер и электронные свойства под влиянием внешних воздействий и некваंटующих полей меняются преимущественно плавно, в двумерных при скачкообразном характере изменения $D(E)$ электронные свойства изменяются немонотонно.

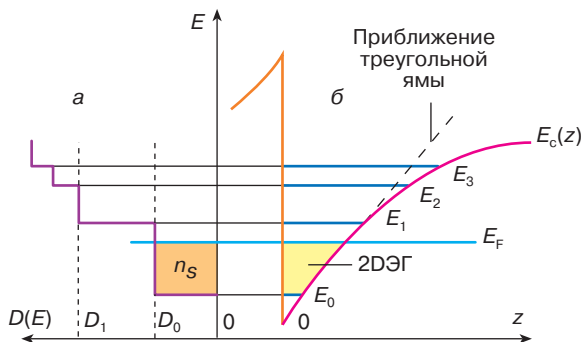


Рис. 2. Спектр носителей заряда в квантовой яме: а – плотность состояний $D(E)$; б – электрические подзоны размерного квантования E_0, E_1, E_2 ; n_s – концентрация 2DЭГ

ДВУМЕРНЫЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ГАЗ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Как известно, на заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле \vec{B} , действует сила Лоренца \vec{F} , перпендикулярная вектору ее скорости \vec{v} :

$$\vec{F} = e[\vec{v}\vec{B}]. \quad (4)$$

Это центростремительная сила, под действием которой частица совершает круговое вращение с радиусом $r = \sqrt{\pi e B}$ и частотой $\omega_c = eB/m$, называемой циклотронной частотой. Согласно законам квантовой механики, энергия такого периодического движения квантуется, то есть может принимать лишь дискретные значения

$$E_N = \hbar\omega_c\left(N + \frac{1}{2}\right), \quad N = 0, 1, 2, \dots, \quad (5)$$

называемые уровнями Ландау. Здесь $\hbar = h/2\pi$, h – постоянная Планка. Следовательно, влияние магнитного поля сводится к тому, что в формуле (2) вместо второго слагаемого $E_k = (p_x^2 + p_y^2)/2m$ следует писать E_N . Таким образом, под воздействием магнитного поля двумерная электронная система становится полностью квантованной (нульмерной) и ее энергетический спектр представляет собой набор полностью дискретных энергетических уровней $E_{n,N} = E_n + E_N$.

В сильном магнитном поле электроны двигаются по циклотронным орбитам радиуса $r = \sqrt{\hbar/\pi e B}$, следовательно, их движение ограничено площадями $s_0 = \hbar/eB$. Поэтому кратность вырождения каждого уровня Ландау (максимальная плотность состояний на любом из уровней Ландау при заданном магнитном поле) составляет

$$N_H = \frac{1}{s_0} = \frac{eB}{\hbar} = \frac{B}{\Phi_0}, \quad (6)$$

где $\Phi_0 = h/e$ – квант магнитного потока. Можно наглядно представить себе это как наиболее плотную упаковку циклотронных орбит на единицу площади 2D-слоя, при которой на элементарный квант магнитного потока приходится одно электронное состояние.

Вспомнив, что двумерная плотность состояний при отсутствии магнитного поля $D_0 = m/\pi\hbar^2$, видим, что плотность состояний на уровне Ландау N_H равна произведению D_0 и $\hbar\omega_c$. Другими словами, на каждый уровень Ландау, созданный магнитным полем, “конденсируются” состояния континуума из интервала $\hbar\omega_c$.

Для того чтобы рассчитать концентрацию электронов на уровнях Ландау, следует иметь в виду, что вероятность заполнения электронами любых энергетических уровней в полупроводнике (в том числе и уровней Ландау) определяется положением уров-

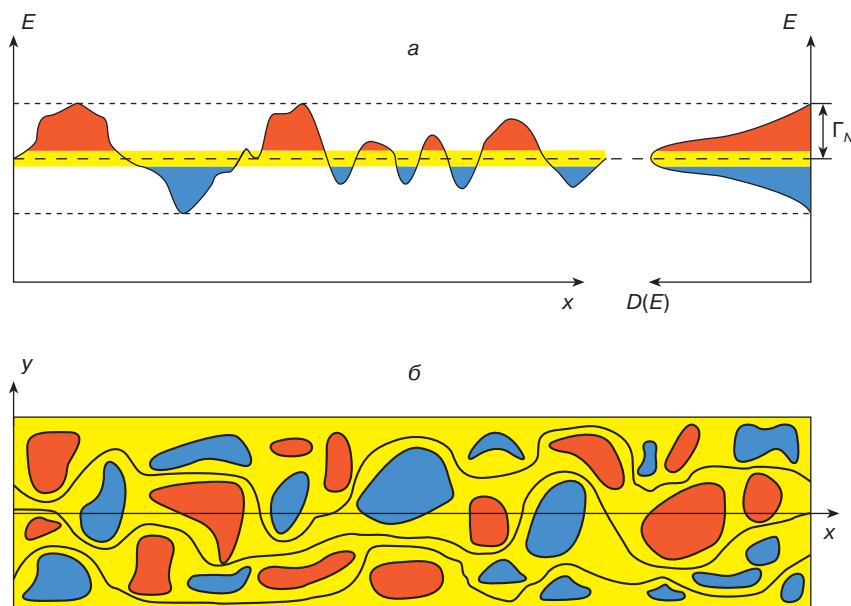


Рис. 3. *а* – связь пространственного потенциального рельефа $E(x, y)$ с плотностью состояний $D(E)$; *б* – схематическое изображение инфинитных эквипотенциалов подвижных состояний и финитных эквипотенциалов локализованных состояний. Области подвижных состояний выделены желтым, области электронных локализованных состояний – синим, дырочных локализованных состояний – красным. Эквипотенциалы изображены черными линиями

ня энергии Ферми E_F . Энергия Ферми – это статистическая характеристика коллектива частиц. Ее физический смысл наиболее ясен при абсолютном нуле температуры: тогда это граничная энергия, отделяющая заполненные энергетические состояния от пустых. При конечных температурах T часть электронов может иметь энергию больше E_F , а часть состояний с энергиями, меньшими E_F , оказываются пустыми. Распределение электронов по энергиям при конечной температуре T определяется формулой Ферми $W \sim \{\exp[(E - E_F)/kT] + 1\}^{-1}$, где W – вероятность встретить электрон с энергией E , k – постоянная Больцмана. Отсюда следует, что и при конечных, но не слишком больших температурах с хорошей точностью можно считать, что все уровни, расположенные по энергии ниже уровня Ферми, заполнены электронами, а все уровни выше него пустые. Поэтому если уровень Ферми E_F попадает в щель между уровнями Ландау, то есть заполнено N нижних уровней Ландау, то концентрация электронов в 2D-слое на единицу площади

$$n_s = NN_H. \quad (7)$$

В общем случае частичное заполнение одного из уровней Ландау характеризуется так называемым фактором заполнения

$$\nu = \frac{n_s}{N_H} = \frac{n_s h}{eB}, \quad (8)$$

который может принимать как целые, так и дробные значения.

До этого момента мы не учитывали неоднородности поперечного электрического поля внутри потенциальной ямы, в которой находится двумерный электронный газ. В реальных структурах это поле всегда неоднородно. Причины здесь могут быть самыми разными: неоднородная толщина слоя окисла в МОП-структуре, неоднородное распределение заряда в этом окисле, наличие заряженных ионов на границе раздела и т.д. Все это приводит к тому, что в одних точках 2D-слоя электростатическая энергия электронов оказывается больше, а в других – меньше. Если мы отложим в каждой точке слоя величину этой электростатической энергии или потенциал этой точки, то получим не плоскость, как в идеальном случае, а некоторый случайный энергетический рельеф $E(x, y)$ или случайный потенциал двумерного слоя (рис. 3, *а*). Каждому электронному состоянию отвечает своя эквипотенциаль (рис. 3, *б*). Впадины рельефа являются областями неподвижных (локализованных) электронных состояний, вершины – областями дырочных локализованных состояний, поскольку эквипотенциалы в этих областях замкнуты (финитны). Инфинитные эквипотенциалы, простирающиеся на всю длину образца, отвечают подвижным (делокализованным) состояниям.

Наличие случайного потенциала в реальных электронных системах влияет на их энергетический спектр. Так, если в идеальном 2D-электронном газе при наличии сильного магнитного поля плотность состояний $D(E)$, согласно (5), является системой δ -функциональных пиков, а каждый из уровней вы-

рожден с кратностью N_H и характеризуется фактором заполнения ν , то в реальной ситуации случайный потенциал снимает вырождение и уширяет уровни Ландау в энергетические зоны. При этом распределение плотности состояний по энергиям $D(E)$ из-за случайного характера флуктуаций потенциала также подчиняется гауссовскому закону распределения случайных величин $D(E) \sim \exp[-(E - E_N)^2/\Gamma_N^2]$, в котором характерный масштаб неоднородностей Γ_N определяется полушириной гауссовского распределения, а величина E_N представляет собой высоту пика уровня Ландау. Энергетическое положение локализованных состояний соответствует экспоненциальному хвосту уширенных уровней Ландау, а подвижные состояния расположены в центрах пиков (рис. 3). Области локализованных состояний называют щелями подвижности, а их границы E_T с областями подвижных состояний – краями или порогами подвижности. При достаточно низких температурах ($T \approx 1$ К) проводить ток могут только подвижные состояния.

ЭФФЕКТЫ ХОЛЛА – ОБЫЧНЫЙ И КВАНТОВЫЙ

Американский физик Эдвин Герберт Холл в 1880 году впервые описал эффект, впоследствии названный его именем. Его работа стала основой для изучения соответствующего квантового эффекта.

Явление, открытое Холлом, состоит в том, что в проводнике с током, помещенном в магнитное поле, перпендикулярное направлению тока, возникает электрическое поле в направлении, перпендикулярном направлениям тока и магнитного поля. Возникающее в проводнике электрическое поле, называемое полем Холла, вызвано действием силы Лоренца (4), заставляющей электроны отклоняться в направлении, перпендикулярном направлению движения. В результате возникает поле Холла E_H , уравновешивающее силу Лоренца, и между боковыми гранями образца возникнет разность потенциалов V_H , которая поддается измерению.

Сопротивлением Холла R_H называется отношение напряжения Холла к току в образце. Оно не является сопротивлением в обычном смысле, поскольку соответствующие токи и электрические поля перпендикулярны друг другу. Эффект Холла усиливается с увеличением индукции магнитного поля B и уменьшением концентрации носителей заряда n . Отсюда следует, что сопротивление Холла пропорционально частному от деления индукции магнитного поля на концентрацию носителей заряда, то есть $R_H \sim B/n$.

В двумерных электронных слоях при относительно высоких температурах также имеет место обычный (двумерный) эффект Холла. Холловское сопротивление $R_H = V_y/I_x$ линейно меняется с магнитным полем B в соответствии с выражением

$$R_H = \frac{B}{en_s}, \quad (9)$$

где n_s – поверхностная концентрация носителей. Продольное сопротивление $R_{xx} = V_x/I_x$ слабо зависит от индукции магнитного поля, оставаясь по величине близким к своему значению при $B = 0$.

В области низких температур ($T \sim 1$ К) и в сильных магнитных полях ($B > 1$ Тл) картина существенно меняется. Зависимость измеряемого поперечного холловского сопротивления R_H 2D-системы электронов от индукции магнитного поля B или поверхностной концентрации носителей заряда n_s в 2D-канале становится не линейной, как в обычном случае, а имеет ряд плоских ступенек, причем величина R_H на этих ступеньках с высокой точностью равна комбинации фундаментальных физических констант, деленной на целое число N :

$$R_H = \frac{1}{N} \frac{h}{e^2}. \quad (10)$$

С понижением температуры ступеньки (плато) становятся все более плоскими и выражение (10) выполняется со все большей точностью. Таким образом, R_H квантуется в единицах h/e^2 . Плато R_H сопровождаются глубокими провалами продольного сопротивления R_{xx} , и при очень низких температурах имеются конечные интервалы по B или n_s , где оно равно нулю с высокой экспериментальной точностью. При $T = 0$ ток в рассматриваемых образцах может течь без диссипации (рассеяния). Справедливость выражения (10) доказана экспериментально с относительной точностью порядка 10^{-7} , а наблюдавшиеся значения продольного сопротивления R_{xx} оказываются на много порядков меньше, чем при $B = 0$, а также меньше, чем сопротивление любого не-сверхпроводящего металла.

Прецизионные измерения также показали, что на точности квантования R_H не сказываются такие существенные параметры эксперимента, как размеры образцов, влияние границ и важное в обычном эффекте Холла закорачивание холловского напряжения омическими контактами, а также степень совершенства структур, то есть наличие большого количества примесей и дефектов, тип материала, в котором находится 2D-электронный газ, температура и сила измерительного тока. Экспериментальная точность квантования так высока, что встал вопрос о метрологической применимости КЭХ: проверке формул квантовой электродинамики с помощью прецизионного определения постоянной тонкой структуры или создания нового эталона сопротивления.

Вскоре после открытия Клитцинга было обнаружено квантование R_H при дробных значениях числа N , равного рациональной дроби со значениями числителя и знаменателя порядка нескольких единиц. Это явление стали называть дробным КЭХ (ДКЭХ) в отличие от целочисленного при целых значениях N (ЦКЭХ). Несмотря на внешнее сходство с целочисленным, дробный КЭХ имеет совер-

шенно иную природу. Это явление многоэлектронное, и его объяснение опирается на идею Р. Лафлина об электронной квантовой жидкости в сильном магнитном поле. Оно относительно сложно, так как необходимо учитывать совокупность всех электронов в образце и, что особенно важно, взаимодействие между ними. В то же время существование целочисленного КЭХ можно понять с помощью сравнительно простой схемы свободных электронов. Поэтому ограничимся рассмотрением и интерпретацией только ЦКЭХ, который будем называть просто КЭХ.

КАЧЕСТВЕННАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ КЭХ

Для идеального электронного газа формулу (10) можно получить очень просто. Действительно, в магнитном поле спектр идеального 2D-электронного газа разбивается на совокупность равноудаленных δ -функциональных уровней Ландау, каждый из которых вырожден с кратностью $N_H = eB/h$. Если уровень Ферми попадает в щель между уровнями Ландау, то заполнено целое число N нижних уровней Ландау и концентрация электронов в 2D-системе

$$n_s = NN_H = N \frac{eB}{h}. \quad (11)$$

Подставляя (11) в выражение для обычного эффекта Холла (9), получим результат (10). Однако этот формальный вывод не объясняет КЭХ, а скорее подчеркивает трудности, связанные с его интерпретацией, поскольку в этом случае квантование возникает в единственной точке по концентрации или магнитному полю. Согласно же эксперименту, значения холловского сопротивления (10) сохраняются в конечном интервале изменения независимых переменных n_s и B .

Теория КЭХ должна ответить на следующие вопросы.

Почему холловское сопротивление R_H имеет плато в некоторых интервалах по n_s и B ?

Почему плато R_H сопровождаются отсутствием диссипации ($R_{xx} = 0$) в пределе $T = 0$?

Почему на плато R_H квантуется в единицах h/e^2 со столь высокой точностью независимо от деталей эксперимента?

Какие реальные физические механизмы лежат в основе КЭХ и каковы ограничения на точность квантования?

Достоверные ответы известны пока только на первые три вопроса. Подход к ним основан на анализе реального спектра 2D-систем в магнитном поле. Рассмотрим основные положения общепринятой картины.

Качественная интерпретация КЭХ может быть основана на перколяционной модели проводимости, в которой используются понятия локализованных и подвижных состояний реального двумерного электронного газа. Для простоты рассмотрим слу-

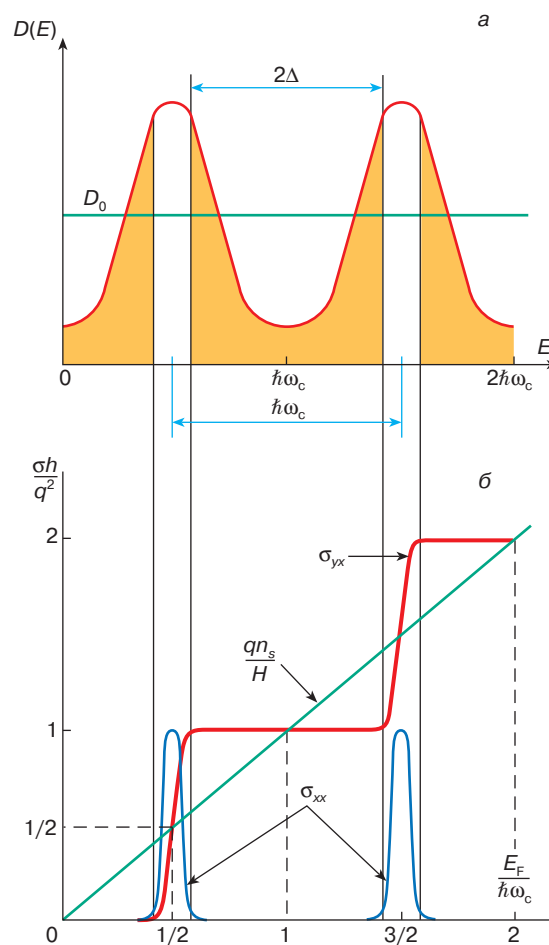


Рис. 4. Локализация состояний спектра (а) и осцилляции компонент проводимости 2DЭГ (б) в сильном магнитном поле. Локализованные состояния заштрихованы; Δ – энергия активации; штриховые линии – зависимости $D(E)$ и $1/R_H$ без учета квантования Ландау

чай фиксированного B и заданного спектра уровней Ландау со щелью подвижности 2Δ (рис. 4). Локализованные состояния по определению тока не несут, и вклад в продольную проводимость дают только подвижные состояния. Возможны две ситуации.

1. Уровень Ферми находится в щели подвижности между серединами соседних уровней Ландау. В этом случае все подвижные состояния расположены ниже уровня Ферми, концентрация носителей в областях, занимаемых подвижными состояниями, равна максимально возможной N_H и, следовательно, каждый из N заполненных уровней Ландау создает холловское сопротивление $R_H = h/e^2$, а все N уровней вместе $R_H = h/Ne^2$. Эта ситуация соответствует бездиссипативному ($R_{xx} = 0$) протеканию тока по областям, где принцип Паули запрещает диссипативные переходы.

2. Уровень Ферми лежит в области подвижных состояний вблизи пика N -го уровня Ландау. Протекание по подвижным состояниям происходит в пояске шириной kT (k – постоянная Больцмана) вблизи уровня Ферми (рис. 3) и сопровождается максимальной диссипацией. Концентрация носителей в области подвижных состояний на N -м уровне изменяется от 0 до N_H по мере прохождения уровнем Ферми области подвижных состояний. Этому соответствует переходный участок между плато холловского сопротивления с соседними значениями N и $N + 1$.

Такое объяснение магнитотранспорта качественно отвечает на первые два вопроса, однако остается неясен третий: почему в области плато R_H квантуется с очень высокой точностью?

Объяснение этого должно основываться не на приближенных модельных расчетах, а на фундаментальных физических законах. Такая аргументация впервые предложена Лафлином и основана на так называемой калибровочной инвариантности, то есть свойстве симметрии, приводящем, в частности, к тому, что добавление кванта магнитного потока не изменяет энергетический спектр носителей, а приводит лишь к возбуждению или девозбуждению исходной системы. Он рассматривал мысленный эксперимент, когда лента двумерного электронного слоя согнута в петлю. Магнитное поле пронизывает ее, будучи везде направленным по нормали к поверхности, а между двумя краями кольца приложено напряжение V_H . При отсутствии диссипации энергии сохраняется, и можно записать закон индукции Фарадея в форме, которая связывает ток в петле I с адиабатической производной от полной энергии системы E по магнитному потоку Φ через петлю:

$$I = \frac{dE}{d\Phi}. \quad (12)$$

Если поток Φ изменится на квант магнитного потока $\Phi_0 = h/e$, то энергетический спектр должен остаться неизменным в силу калибровочной инвариантности. При этом все носители смещаются на соседние состояния так, что один носитель на каждом уровне Ландау выходит за один край кольца и другой входит с другого края, то есть эффективно через систему переносится N носителей, по одному с каждого из заполненных уровней Ландау. Если уровень Ферми расположен в щели подвижности, то диссипация в системе отсутствует и полное изменение энергии соответствует переходу N электронов от одного края кольца к другому:

$$\Delta E = NeV_H. \quad (13)$$

Из (12) и (13) находим соотношение между бездиссипативным холловским током и холловским напряжением

$$I = \frac{\Delta E}{\Delta \Phi} = \frac{\Delta E}{\Phi_0} = N \frac{e^2}{h} V_H, \quad (14)$$

откуда получается значение квантованного холловского сопротивления

$$R_H = \frac{h}{Ne^2}.$$

В этой интерпретации основная причина квантования холловского сопротивления – квантование магнитного потока на элементарные кванты $\Phi_0 = h/e$ и электрического заряда на элементарные заряды e . Убедительность доводов, основанных на данном мысленном эксперименте, связана с тем, что они исходят из самых общих соображений – калибровочной инвариантности и в них не используются макроскопические модели.

КВАНТОВАННОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ХОЛЛА И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПОСТОЯННЫЕ

Две фундаментальные постоянные определяют значение квантованного сопротивления Холла, и каждая из них сама по себе имеет принципиальное значение для строения физического мира, состоящего из элементарных частиц. При этом прежде всего имеется в виду вещество, то есть атомы или элементарные частицы, из которых состоят атомы, причем наименьший наблюдаемый электрический заряд – заряд электрона e .

Свет (электромагнитное поле) также состоит из элементарных частиц – квантов энергии, или фотонов. Энергия этих фотонов равна произведению частоты света на постоянную Планка h . Комбинация элементарного заряда e и постоянной Планка h дает величину с размерностью сопротивления: $h/e^2 = 25\,812,808\dots$ Ом. Учитывая высокую точность, стабильность и воспроизводимость этого квантованного сопротивления, а также общее стремление метрологов к использованию при определении физических единиц неизменных фундаментальных величин, предполагается признать фундаментальное сопротивление $R_H = h/e^2$ международным эталонным сопротивлением.

Другой важнейшей особенностью величины h/e^2 является то, что она образована из таких же универсальных физических постоянных, что и постоянная тонкой структуры Зоммерфельда α , в которую входит также скорость света c . Постоянная тонкой структуры α является важнейшей фундаментальной константой, так как она не имеет размерности, а ее значение, примерно равное $1/137$, не зависит от системы единиц. Малость величины α позволяет использовать ее в качестве параметра разложения в квантовой электродинамике – теории, с высокой точностью описывающей взаимодействие между заряженными частицами и электромагнитным излучением. Кроме того, все релятивистские поправки в атомной физике связаны с постоянной тонкой структуры. Строго говоря, уже само положение всех энергетических уровней электрона в атоме определяется значением постоянной тонкой струк-

туры. Поэтому повышение точности измерения постоянной α имеет принципиальное значение: любое изменение величины α неизбежно затрагивает значения поправок в квантовой и релятивистской теориях и величину других фундаментальных констант — комптоновской длины волны электрона λ_c , постоянной Фарадея F , постоянной Планка h и др. Таким образом, квантовый эффект Холла важен как для повышения точности определения фундаментальных постоянных, так и для проверки и уточнения большого числа фундаментальных теорий и экспериментов. Другие возможности практического применения КЭХ, в том числе приборные (датчики, устройства функциональной электроники и оптоэлектроники и др.), по-видимому, могут стать реальными, если удастся снизить рабочие магнитные поля КЭХ до $B \leq 1$ Тл. В заключение отметим, что изучение КЭХ не завершено и активно продолжается.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Клитцинг К. фон.* Квантовый эффект Холла: Нобелевская лекция 1985 г. // Успехи физ. наук. 1986. Т. 150, № 1. С. 107–126.
2. Квантовый эффект Холла: Сб. ст.: Пер. с англ. / Сост. А.Я. Шик, Ю.В. Шмарцев. М.: Мир, 1986. 232 с.

3. Квантовый эффект Холла: Пер. с англ. / Под ред. Р. Пренджа, С. Гирвина. М.: Мир, 1989. 408 с.

4. *Раиба Э.И., Тимофеев В.Б.* Квантовый эффект Холла // Физика и техника полупроводников. 1986. Т. 20, вып. 6. С. 977–1024.

5. *Карабутов А.В., Нунупаров М.С.* Квантовый эффект Холла в полупроводниках и перспективы его использования в науке и технике // Итоги науки и техники. Электроника. М.: ВИНТИ, 1990. Т. 27. С. 135–173.

6. *Бормонтов Е.Н.* Физика и метрология МДП-структур. Воронеж: Воронеж. ун-т, 1997. 184 с.

* * *

Евгений Николаевич Бормонтов, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики полупроводников и микроэлектроники Воронежского государственного университета. Область научных интересов — физика и метрология низкоразмерных электронных систем, гетероструктур и анизотропных полупроводников. Автор более 80 научных работ, в том числе учебного пособия и семи изобретений.