

## § 8. Первая теорема о циклах

Рассмотрим некоторую циклическую машину, работающую, как говорят, между холодильником с температурой  $T_1$  и нагревателем с температурой  $T_2$ . Пусть в одном цикле машина совершает работу  $A$ . При этом рабочее тело машины, условно изображенной на рис. 4, поглощает количество тепла  $Q_2$  от нагревателя с

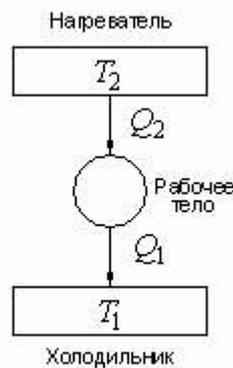


Рис. 4. Тепловая машина

температурой  $T_2$  и отдает количество тепла  $Q_1$  холодильнику с температурой  $T_1$ . Машина не обязательно должна работать по циклу Карно.

Нетрудно убедиться, что при  $A > 0$  будет также  $Q_1 > 0$  и  $Q_2 > 0$ . Допустим, например, что  $Q_1 < 0$ , т.е. в ходе цикла машина получает тепло не только от нагревателя, но и от холодильника. Тогда, по завершении цикла, можно привести в тепловой контакт нагреватель и холодильник и без совершения работы вернуть холодильнику количество тепла  $Q_1$ , взятое у холодильника в ходе цикла. Получается, что в так организованном процессе состояние холодильника не изменилось, а положительная работа  $A$  произведена за счет теплоты, взятой от одного источника — нагревателя с температурой  $T_2$ . Таким образом, предположение  $Q_1 < 0$  находится в противоречии со вторым началом термодинамики в формулировке Кельвина. Из неравенств  $A > 0$ ,  $Q_1 > 0$  и первого начала термодинамики следует  $Q_2 > 0$ .

Введем в рассмотрение еще одну циклическую машину, работающую между теми же холодильником с температурой  $T_1$  и нагревателем с температурой  $T_2$ . Пусть в одном цикле эта машина совершает работу  $\tilde{A}$ . При этом рабочее тело машины поглощает количество теплоты  $\tilde{Q}_2$  от нагревателя с температурой  $T_2$  и отдает количество теплоты  $\tilde{Q}_1$  холодильнику с температурой  $T_1$ . Докажем первую теорему о циклах, формулируемую следующим образом. Если первая машина обратима (работает по обратимому циклу Карно), то

$$\frac{Q_2}{Q_1} \geq \frac{\tilde{Q}_2}{\tilde{Q}_1}, \quad (8.1)$$

Если вторая машина также обратима, то

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\tilde{Q}_2}{\tilde{Q}_1}. \quad (8.2)$$

Согласно первому началу термодинамики запишем

$$A = Q_2 - Q_1, \quad (8.3)$$

$$\tilde{A} = \tilde{Q}_2 - \tilde{Q}_1. \quad (8.4)$$

Отношение  $Q_2/\tilde{Q}_2$  может быть представлено с любой, наперед заданной, точностью в виде отношения целых чисел  $\tilde{N}/N$  :

$$\frac{Q_2}{\tilde{Q}_2} = \frac{\tilde{N}}{N}. \quad (8.5)$$

Пусть первая машина обратима. Из двух машин составим сложную машину, один цикл которой состоит из  $N$  **обратных** циклов первой машины и  $\tilde{N}$  циклов второй машины. При реализации одного обратного цикла первой машины производится работа  $-A$  (внешнее устройство затрачивает на проведение цикла работу  $A$ ), поглощается количество теплоты  $Q_1$  от холодильника с температурой  $T_1$  и отдается количество теплоты  $Q_2$  нагревателю с температурой  $T_2$ .

Общее количество работы  $\Lambda$ , произведенное за один цикл сложной машиной, полное количество теплоты  $\Theta_2$ , полученное при этом от нагревателя с температу-

рой  $T_2$ , и полное количество теплоты  $\Theta_1$ , отданное холодильнику с температурой  $T_1$  соответственно равны

$$\Lambda = \tilde{N} \tilde{A} - NA, \quad (8.6)$$

$$\Theta_2 = \tilde{N} \tilde{Q}_2 - NQ_2, \quad (8.7)$$

$$\Theta_1 = \tilde{N} \tilde{Q}_1 - NQ_1. \quad (8.8)$$

Из (8.3), (8.4), (8.6)-(8.8) (или просто из первого начала термодинамики) имеем

$$\Lambda = \Theta_2 - \Theta_1. \quad (8.9)$$

Но согласно выбору чисел  $N, \tilde{N}$  из (8.5) будет

$$\Theta_2 = 0, \quad (8.10)$$

а, значит,

$$\Lambda = -\Theta_1. \quad (8.11)$$

Из (8.10) следует, что полное количество теплоты, взятое за цикл сложной машины от нагревателя с температурой  $T_2$ , равно нулю. Если бы полное количество теплоты  $\Theta_1$ , отданное холодильнику с температурой  $T_1$ , оказалось бы отрицательным, то это означало бы, что в ходе цикла сложной машины от холодильника на самом деле получено количество теплоты  $|\Theta_1|$ , за счет которого только и совершена по (8.11) положительная работа  $\Lambda$ . Это противоречит второму началу термодинамики в формулировке Кельвина. Следовательно, должно быть

$$\Theta_1 \geq 0. \quad (8.12)$$

Из (8.5), (8.8) и (8.12) следует искомое утверждение (8.1):

$$\frac{Q_2}{Q_1} \geq \frac{\tilde{Q}_2}{\tilde{Q}_1}.$$

Если вторая машина также обратима, то можно повторить проведенные рассуждения, поменяв машины местами. Тогда мы получим, что одновременно с неравенством (8.1), должно выполняться и обратное неравенство

$$\frac{Q_2}{Q_1} \leq \frac{\tilde{Q}_2}{\tilde{Q}_1}, \quad (8.13)$$

что возможно лишь при знаке равенства между левой и правой частями (8.13). Таким образом доказывается вторая часть обсуждаемой первой теоремы о циклах.

Используя понятие коэффициента полезного действия  $\eta$  циклической машины, который согласно (7.3) выражается через отношение количества теплоты, отданного рабочим телом в ходе цикла холодильнику, к количеству теплоты, полученного рабочим телом от нагревателя, можно дать более распространенную формулировку доказанной теоремы.

Из всех циклических тепловых машин, действующие между холодильниками и нагревателями с данными температурами  $T_1$  и  $T_2$ , соответственно, обратимые машины имеют одинаковые коэффициенты полезного действия. Коэффициенты полезного действия необратимых машин не превышают коэффициенты полезного действия обратимых.