§32. Вязкое трение в газах

Описание вязкого трения в газах подобно описанию диффузии и теплопроводности. Все три процесса осуществляются одним и тем же механизмом – непосредственным переносом молекулами газа: вещества при диффузии, энергии при теплопроводности, импульса при вязком трении.

Сохраняя последовательность рассуждений, приведенных в **§27**, построим качественную картину вязкого трения в газах. Представим себе, что между пластинами в рассмотренном выше эксперименте находится не жидкость, а газ. Скорость течения газа $\vec{u}$ параллельна оси x, а ее проекция $u_x(z)$ на ось x зависит от высоты z. В каждом месте потока скорость течения $\vec{u}$ накладывается на скорость неупорядоченного теплового движения молекул газа $\vec{v}$. Молекулы, перелетая при тепловом движении из более быстрого слоя, в более медленный слой, переносят большее количество движения, чем молекулы, летящие в обратном направлении. Благодаря этому медленный слой должен ускоряться, а быстрый, напротив, тормозиться.

Выделим мысленно в потоке между пластинами плоскость, параллельную пластинам и расположенную на высоте z. Найдем результирующий импульс $\vec{\Pi}$, переносимый за единицу времени при тепловом движении молекул газа через единицу площади выделенной плоскости (плотность потока импульса). Ясно, что векторная величина $\vec{\Pi}$ в нашем случае имеет только одну, отличную от нуля, компоненту $\Pi_x(z)$. На расстоянии $l/2$ (l – длина свободного пробега молекул газа) выше и ниже выделенной плоскости построим две вспомогательные плоскости (параллельные выделенной), пересекающие ось z соответственно в точках с координатами $z_1 = z - l/2$ и $z_2 = z + l/2$. Поскольку расстояние от вспомогательных плоскостей до выделенной плоскости меньше длины свободного пробега, то можно считать, что все молекулы газа, прошедшие через вспомогательные плоскости в направлении выделенной плоскости, ее пересекут. В приближении постоянства температуры и давления в потоке числа молекул газа $j_\uparrow$ и $j_\downarrow$, проходящих за единицу времени через единицу поверхности соответственно нижней и верхней вспомогательных плоскостей в направлении выделенной плоскости, равны друг другу и находятся с помощью формулы (25.4) как числа «ударов» молекул за единицу времени о единицу поверхности стенки:

$$j_{\uparrow} = j_{\downarrow} = \frac{1}{4} < v > n\,. \tag{32.4}$$

Напомним, что символ $< v >$ обозначает среднюю тепловую скорость молекул газа, а n – плотность числа молекул газа (число молекул газа в единице объема потока). Скорость потока на нижней и верхней вспомогательных плоскостях соответственно равна $u_x(z_1)$ и $u_x(z_2)$. Молекулы, летящие от нижней вспомогательной плоскости, переносят в среднем за единицу времени через единицу поверхности выделенной плоскости импульс $\Pi_{\uparrow x}(z)$, ввиду (32.4) равный

$$\Pi_{\uparrow x}(z) = \frac{1}{4} < v > n m u_x(z_1)\,, \tag{32.5}$$

где m – масса молекулы газа. Соответственно молекулы, движущиеся от верхней вспомогательной плоскости к выделенной плоскости, переносят в среднем за единицу времени через единицу поверхности выделенной плоскости импульс

$$\Pi_{\downarrow x}(z) = \frac{1}{4} < v > n m u_x(z_2)\,. \tag{32.6}$$

Таким образом, в среднем за единицу времени через единицу поверхности выделенной плоскости в направлении оси z согласно (32.5), (32.6) переносится импульс

$$\Pi_x(z) = \Pi_{\uparrow x}(z) - \Pi_{\downarrow x}(z) = \frac{1}{4} < v > nm\left[u_x(z_1) - u_x(z_2)\right]. \tag{32.7}$$

Произведение nm есть плотность газа ρ. Учитывая это, выражая разность скоростей $u_x(z_1) - u_x(z_2)$ через произведение производной $\dfrac{\partial u_x(z)}{\partial z}$ на разность $z_2 - z_1 = l$:

$$u_x(z_1) - u_x(z_2) = -\frac{\partial u_x(z)}{\partial z} l\,, \tag{32.8}$$

запишем (32.7) в виде

$$\Pi_x(z) = -\frac{1}{4} < v > \rho l \frac{\partial u_x(z)}{\partial z}. \qquad (32.9)$$

Сопоставляя полученный результат с соотношением (31.2), видим, что величина

$$\frac{1}{4} < v > \rho l$$

представляет собой оценку коэффициента вязкость (динамической вязкости) газа. Данная оценка правильно передает зависимость коэффициента вязкости от свойств газа. Численный коэффициент $\frac{1}{4}$ в (32.9), как это было и при рассмотрении диффузии и теплопроводности, неверен Последовательный кинетический вывод соотношения (32.9), основанный на уравнении Больцмана, дает для коэффициента вязкости газе более надежную оценку

$$\eta = \frac{1}{3} < v > \rho l. \qquad (32.10)$$

Формула (32.10) позволяет сделать важное заключение о вязкости газов. Длина свободного пробега молекул газа по (27.2) обратно пропорциональна числу молекул газа в единице объема n, а плотность газа ρ пропорциональна n. Следовательно, коэффициент вязкости газа оказывается не зависящим от n, а, значит, при данной температуре не зависит и от давления газа. Это вывод хорошо подтверждается на опыте. Приведем для справки численные значения коэффициента вязкости η для водорода, воздуха и углекислого газа при температуре $20^\circ C$. В единицах $г \cdot см^{-1} \cdot ск^{-1}$(данная единица носит название *пуаз* (*пз*)) эти значения соответственно таковы $0{,}88 \cdot 10^{-4}$, $1{,}8 \cdot 10^{-4}$, $1{,}49 \cdot 10^{-4}$.

Из (31.9) и (32.10) следует выражение для кинематической вязкости газа

$$\chi = \frac{1}{3} < v > l, \qquad (32.11)$$

которое по виду совпадает с выражением (27.8) для коэффициента диффузии. Отличие этих выражение заключается в определении длины свободного пробега молекул l. В случае диффузии l это длина свободного пробега молекулы примеси в газе, а в случае вязкости – длина свободного пробега молекулы газа. В обоих случаях может быть различной величина сечения столкновения молекул. Кроме того, в строгой теории газов «длины свободного пробега» в случае диффузии, теплопроводности и вязкости несколько отличаются численными множителями.