§30. Теплопроводность в газах

Описание теплопроводности в газах в значительной степени подобно описанию диффузии. Оба процесса осуществляются одним и тем же механизмом – непосредственным переносом молекулами газа вещества при диффузии и теплоты (внутренней энергии) при теплопроводности.

Сохраняя последовательность рассуждений, приведенных в **§27**, построим качественное описание процесса теплопроводности в газах. Пусть для простоты температура газа меняется только в направлении оси x прямоугольной системы координат: $T(x,y,z) \equiv T(x)$. Найдем результирующее количество теплоты, переносимое за единицу времени тепловым потоком через единицу площади плоскости, ортогональной к оси x и пересекающей эту ось в точке с координатой x. По определению, искомая величина есть компонента $i_x(x)$ вектора плотности потока теплоты (две другие компоненты в данном случае равны нулю). На расстоянии $l/2$ слева и справа от выделенной плоскости построим две вспомогательные плоскости (параллельные выделенной), пересекающие ось x соответственно в точках с координатами $x - l/2$ и $x + l/2$. Температура газа у левой и правой вспомогательных плоскостей соответственно равна $T(x - l/2)$ и $T(x + l/2)$. Условие постоянства давления в объеме газа при различии температур $T(x - l/2)$ и $T(x + l/2)$ приводит к различию концентраций (плотности числа молекул) газа $n(x - l/2)$ и $n(x + l/2)$ на вспомогательных плоскостях. Согласно уравнению состояния идеального газа

$$n(x - l/2) = \frac{p}{k_B\, T(x - l/2)}, \quad n(x + l/2) = \frac{p}{k_B\, T(x + l/2)}, \qquad (30.1)$$

где p – единое по объему газа давление. Из-за различия температур $T(x - l/2)$ и $T(x + l/2)$ отличаются и средние тепловые скорости молекул газа, движущихся к выделенной плоскости слева и справа. Учтем эти факторы при определении чисел молекул газа $j_{\rightarrow}$ и $j_{\leftarrow}$, проходящих за единицу времени через единицу поверхности соответственно левой и правой вспомогательных плоскостей в направлении выделенной плоскости. По аналогии с (27.4) для указанных величин будем иметь

$$j_{\rightarrow} = \frac{1}{4} < v > \Big|_{T=T(x-l/2)} n(x - l/2), \quad j_{\leftarrow} = \frac{1}{4} < v > \Big|_{T=T(x+l/2)} n(x + l/2), \quad (30.2)$$

где явно указаны значения температуры, при которых берутся средние тепловые скорости молекул газа.

Поскольку расстояние от вспомогательных плоскостей до выделенной плоскости меньше длины свободного пробега молекул газа, то можно считать, что все молекулы газа, прошедшие через вспомогательные плоскости в направлении выделенной плоскости, ее пересекут. При этом число молекул, прошедших за единицу времени через единицу площади вспомогательных плоскостей будет равно числу молекул пересекших в соответствующем направлении единицу площади выделенной плоскости. Каждая пересекающая выделенную плоскость молекула «несет» с собой количество энергии, которое в среднем можно оценить произведением теплоемкости c в расчете на одну молекулу газа и температуры газа в том месте, из которого молекула вышла. С учетом этого найдем результирующее количество теплоты $i_x(x)$, переносимое за единицу времени тепловым потоком через единицу поверхности выделенной плоскости, как

$$i_x(x) = j_{\rightarrow} c\, T(x - l/2) - j_{\leftarrow} c\, T(x + l/2). \quad (30.3)$$

Привлекая соотношения (30.1), (30.2), представим выражение (30.3) в виде

$$i_x(x) = \frac{1}{4} \frac{pc}{k_B} \left[< v > \Big|_{T=T(x-l/2)} - < v > \Big|_{T=T(x+l/2)} \right]. \quad (30.4)$$

Полагая, что различие температур $T(x - l/2)$ и $T(x + l/2)$ относительно невелико, представим разность $< v > \Big|_{T=T(x-l/2)} - < v > \Big|_{T=T(x+l/2)}$ в виде

$$< v > \Big|_{T=T(x-l/2)} - < v > \Big|_{T=T(x+l/2)} \approx \frac{d < v >}{dT} \Big|_{T=T(x)} \left[T(x - l/2) - T(x + l/2) \right]. \quad (30.5)$$

Согласно (24.12) средняя тепловая скорость молекул $< v >$ пропорциональна корню квадратному из температуры, поэтому

$$\frac{d<v>}{dT}=\frac{1}{2}\frac{<v>}{T}. \qquad (30.6)$$

Разность температур в (30.5) выразим через производную от температуры по x согласно

$$T(x-l/2)-T(x+l/2)=-\frac{\partial T}{\partial x}l. \qquad (30.7)$$

Из (30.4)-(30.7) и $p=n(x)k_BT(x)$ окончательно получим

$$i_x(x)=-\frac{1}{8}n(x)c<v>\Big|_{T=T(x)}l\frac{\partial T(x)}{\partial x}. \qquad (30.8)$$

Из сравнения этого результата с законом (29.1) заключаем, что произведение $\frac{1}{8}n(x)c<v>\Big|_{T=T(x)}l$ представляет собой оценку коэффициента теплопроводности газа κ. Данная оценка правильно передает зависимость коэффициента теплопроводности от свойств газа. Ручаться за численный коэффициент $\frac{1}{8}$ в (30.8) на основании проведенных рассуждений нельзя. Как и при рассмотрении диффузии, не нарушая хода вывода, можно построить вспомогательные плоскости на расстоянии l от выделенной плоскости. Повторяя рассуждения, приведшие к формуле (30.8), увидим тогда, что численный коэффициент в (30.8) удвоится. Строгая теория дает для коэффициента теплопроводности газа более надежную оценку

$$\kappa=\frac{1}{3}nc<v>l. \qquad (30.9)$$

Поскольку произведение числа молекул в единице объема газа n на отнесенную к одной молекуле теплоемкость c равно произведению плотности газа на его удельную теплоемкость, то из сопоставления (29.8) и (30.9) заключаем, что оценка коэффициента температуропроводности газа

$$\chi=\frac{1}{3}<v>l. \qquad (30.10)$$

совпадает с оценкой коэффициента диффузии в газе.

Приведем в качестве примера экспериментальные значения коэффициента теплопроводности некоторых газов при комнатной температуре и давлении в 1 *атм.*.

Газ	κ, $Дж\cdot см^{-1}\cdot с^{-1}\cdot град^{-1}$.	Газ	κ, $Дж\cdot см^{-1}\cdot с^{-1}\cdot град^{-1}$.
Хлор	$0{,}72\cdot 10^{-4}$	Воздух	$2{,}41\cdot 10^{-4}$
CO_2	$1{,}45\cdot 10^{-4}$	Водород	$16{,}8\cdot 10^{-4}$