

§ 11. Вторая теорема о циклах

Предваряя введение понятия **энтропия**, докажем важное общее утверждение о произвольном циклическом процессе. Рассмотрим систему C , которая во время циклического процесса взаимодействует с n источниками теплоты, имеющими температуры T_1, T_2, \dots, T_n . Пусть Q_1, Q_2, \dots, Q_n - соответственно количества теплоты, которыми источники обмениваются с системой C . Считаем Q_i положительным, если теплота Q_i от i -того источника поступила в систему, и отрицательным, если источник получил Q_i теплоты от системы. Докажем вторую теорему о циклах, согласно которой для **произвольного** цикла справедливо **неравенство Клаузиуса**:

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} \leq 0 \quad (11.1)$$

и если цикл, совершаемый системой C **обратим**, то в (11.1) должен стоять знак равенства.

Для доказательства неравенства (11.1) введем в рассмотрение вспомогательный источник теплоты с температурой T_0 и n обратимых циклических машин C_1, C_2, \dots, C_n (n циклов Карно C_i). Каждый цикл Карно C_i действует между источником теплоты с температурой T_i и вспомогательным источником с температурой T_0 . Каждый цикл C_i построим таким образом, чтобы он отдавал источнику с температурой T_i ровно столько теплоты $Q_i^{(i)}$, сколько от этого источника получает система C : $Q_i^{(i)} = -Q_i$. Согласно (9.10) и введенному правилу присвоения знака количеству теплоты, которым рабочее тело обменивается с источниками тепла, количество теплоты $Q_0^{(i)}$, полученное i -той машиной в цикле C_i от источника с температурой T_0 , равно

$$Q_0^{(i)} = \frac{T_0}{T_i} (-Q_i^{(i)}) = \frac{T_0}{T_i} Q_i. \quad (11.2)$$

Построим теперь сложный цикл, состоящий из одного цикла системы C и одного цикла каждой из машин C_1, C_2, \dots, C_n . После реализации сложного цикла со-

стояние n источников теплоты с температурами T_1, T_2, \dots, T_n не изменится. Сколько теплоты каждый из них передал системе S , столько же он получил от соответствующего вспомогательного цикла. Источник с температурой T_0 теряет количество теплоты Q_0 , равное сумме теплот $Q_0^{(i)}$. Для Q_0 , ввиду (11.2), имеем

$$Q_0 = \sum_{i=1}^n Q_0^{(i)} = T_0 \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i}. \quad (11.3)$$

Таким образом, в результате сложного цикла система, состоящая из цикла S и n циклов C_1, C_2, \dots, C_n , получает Q_0 теплоты от источника с температурой T_0 . Выполненная при циклическом процессе работа, согласно первому началу термодинамики, равна полному количеству полученной системой теплоты, которое в данном случае равно Q_0 . Причем теплота получена **только от одного источника** теплоты с температурой T_0 . Если бы Q_0 было положительным, мы вступили бы в противоречие со вторым началом термодинамики в формулировке Кельвина. В результате реализации циклического процесса была бы совершена положительная работа за счет теплоты, взятой только от одного источника. Поскольку это невозможно, то должно быть $Q_0 \leq 0$. Отсюда, ввиду (11.3), и вытекает справедливость (11.1).

Если цикл, совершаемый системой S , обратим, то можно реализовать описанный сложный цикл в обратном направлении (циклы C_1, C_2, \dots, C_n обратимы по построению). В обратном цикле системы S все количества теплоты Q_i изменяют свой знак. Это означает, что одновременно с (11.1) должно выполняться и такое неравенство

$$\sum_{i=1}^n -\frac{Q_i}{T_i} \leq 0. \quad (11.4)$$

Одновременное соблюдение (11.1) и (11.4) возможно лишь при наличии знака равенства в каждом из соотношений. Отсюда следует, что для обратимого цикла системы S справедливо

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} = 0. \quad (11.5)$$

Отметим, что в соотношениях (11.1), (11.2), (11.3) температуры T_i есть температуры **источников** теплоты. Только при обратимом цикле, для которого справедливо (11.5), температура системы S при ее контакте с i -ым источником теплоты должна быть равна T_i . Наличие перепада температур при тепловом контакте порождает необратимые потоки теплоты и всегда будет признаком необратимости процесса.

Суммы в соотношениях (11.1), (11.5) часто записывают в виде интегралов по циклу. Так что для произвольного цикла вместо (11.1) пишут

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0, \quad (11.6)$$

где dQ - количество тепла, полученного системой на отрезке цикла от источника с температурой T . В свою очередь для всех обратимых циклов вместо (11.5) удобно бывает использовать запись

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0. \quad (11.7)$$