§ 10. Эквивалентность абсолютной термодинамической и газовой температур

Покажем, что абсолютная термодинамическая температура, совпадает с температурой, введенной ранее с помощью газового термометра или газовой температурой. Чтобы на время различать эти две температуры, будем помечать газовую температуру нижним индексом g.

При доказательстве эквивалентности двух температур удобно понимать газовую температуру T_g как температуру, фигурирующую в уравнении состояния идеального газа

$$pV = Nk_B T_g\,. \tag{10.1}$$

Напомним, что температура T_g находится по давлению газа, занимающего известный объем. Рассмотрим цикл Карно, в котором в качестве рабочего тела выступает идеальный газ из N молекул. Пусть T_{g1} и T_{g2} – температуры, отвечающие двум изотермам цикла Карно. В процессе изотермического расширения газа при температуре T_{g2} от состояния a, в котором газ занимал объем V_a (используем обозначения состояний из предыдущей лекции), до состояния b, в котором газ занимает объем V_b, газ совершает положительную работу A_{ab}, согласно (5.6) равную

$$A_{ab} = \int_{V_a}^{V_b} pdV = N\,k_B\,T_{g2}\,\mathbf{ln}\frac{V_b}{V_a}\,. \tag{10.2}$$

При изотермическом сжатии при температуре T_{g1} от состояния c с объемом V_c до состояния d с объемом V_d внешний объект совершает над газом работу A_{cd}, равную

$$A_{cd} = \int_{Vd}^{V_c} pdV = N\,k_B\,T_{g1}\,\mathbf{ln}\frac{V_c}{V_d}\,. \tag{10.3}$$

В изотермическом процессе внутренняя энергия идеального газа не меняется. Работа A_{ab} производилась, следовательно, за счет источника с температурой T_{g2}, от которого идеальный газ получил количество теплоты Q_2, равное A_{ab}. По (10.2) для Q_2 имеем

$$Q_2 = N\,k_B T_{g2}\,\mathbf{ln}\frac{V_b}{V_a}\,. \tag{10.4}$$

При изотермическом сжатии, напротив, совершенная над газом работа A_{cd} перешла в теплоту Q_1, отданную источнику с температурой T_{g1}. Соответственно, для Q_1 имеем

$$Q_1 = N\,k_B\,T_{g1}\,\mathbf{ln}\frac{V_c}{V_d}\,. \tag{10.5}$$

Поскольку состояния a и d и состояния b и c принадлежат также соответствующим адиабатам, то по (6.8) верны равенства

$$T_{g2}\,V_a^{\gamma-1} = T_{g1}\,V_d^{\gamma-1}\,, \tag{10.6}$$

$$T_{g2}\,V_b^{\gamma-1} = T_{g1}\,V_c^{\gamma-1}\,. \tag{10.7}$$

Поделим равенство (10.6) на (10.7) и возведем результат в степень $1/(\gamma-1)$. Получим

$$\frac{V_a}{V_b} = \frac{V_d}{V_c}\,. \tag{10.8}$$

Согласно (10.4), (10.5) и (10.8) отношение Q_2/Q_1 равно

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_{g2}}{T_{g1}}\,. \tag{10.9}$$

Сопоставляя (9.10) с (10.9), убеждаемся в эквивалентности абсолютной термодинамической и газовой температур.

Возвращаясь к циклу Карно с произвольным рабочим телом, для к.п.д. η которого было получено выражение (7.3): $\eta = 1 - \dfrac{Q_1}{Q_2}$, видим, что к.п.д. любой обратимой тепловой машины однозначно определяется температурами используемых в ее работе нагревателя и холодильника:

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}\,. \tag{10.10}$$

При использовании тепловой машины для охлаждения, эффективность ее работы χ согласно (7.5), (10.10) выражается через температуру охлаждаемого тела T_1 и температуру поглотителя тепла T_2 как

$$\chi = \frac{T_1}{T_2 - T_1}. \tag{10.11}$$

Из (10.11) видно, что чем ниже температура охлаждаемого тела, тем меньше максимально возможное значение эффективности охлаждающей тепловой машины.