

Санкт-Петербургский государственный университет  
Физический факультет  
Кафедра статистической физики



Флуктуации  $s$ -директора в смектиках  $S^*$

Бакалаврская работа студента  
дневного отделения

\_\_\_\_\_ Мурич Дмитрия Александровича

Научный руководитель:

\_\_\_\_\_ д.ф.-м.н., проф. **Ульянов С. В.**

Рецензент:

\_\_\_\_\_ д.ф.-м.н., проф. **Вальков А. Ю.**

Санкт-Петербург

2015

<b>Оглавление</b>	<b>2</b>
<b>1 Введение</b>	<b>3</b>
<b>2 Свободная энергия смектика <math>C^*</math> во внешнем электрическом поле</b>	<b>6</b>
<b>3 Корреляционная функция флуктуаций директора</b>	<b>8</b>
<b>4 Рассеяние света на флуктуациях с-директора</b>	<b>15</b>
<b>5 Анализ результатов</b>	<b>21</b>
<b>Литература</b>	<b>22</b>

# 1 Введение

Жидкие кристаллы занимают промежуточное положение между изотропными вязкими жидкостями и кристаллическими твердыми телами [1]. В смектических жидких кристаллах, которые рассмотрены в этой работе, имеется порядок в расположении центров масс молекул, а именно они образуют структуру, состоящую из плоских слоев. Каждый слой в отдельности представляет из себя двумерную жидкость, состоящую из вытянутых молекул, ориентированных вдоль выделенного направления.

В зависимости от направления преимущественной ориентации молекул выделяют смектики С, в которых директор наклонен под некоторым углом  $\theta$ . Если в смектиках С при переходе от слоя к слою директор поворачивается при сохранении угла  $\theta$ , то образуется смектик С\* [2]. Период ориентационной структуры смектика С\* может меняться от десятков до тысяч слоев [3, 4]

На протяжении многих лет смектики С\* привлекают внимание своими необычными физическими свойствами и возможными различными практическими применениями [5]. Киральность молекул приводит к возникновению в такой системе ненулевого вектора спонтанной поляризации  $\mathbf{P}$  в плоскости смектических слоев. Являясь постоянным в каждом смектическом слое, вектор  $\mathbf{P}$  поворачивается от слоя к слою, сохраняя свое абсолютное значение, и является перпендикулярным как директору  $\mathbf{n}$ , так и нормали к слоям  $\mathbf{N}$  [6].

Смектические жидкие кристаллы обладают способностью образовывать стабильные пленки макроскопических размеров, содержащие от двух до тысяч слоев. Значительное место в исследовании смектических пленок С\* занимают методы рассеяния света [2].

Наличие вектора спонтанной поляризации в смектических пленках С\* приводит к специфическим эффектам. Во-первых, приложенное в плоскости пленки слабое внешнее электрическое поле  $E \sim 1 \text{ В см}^{-1}$  позволяет управлять направлением поля директора; во-вторых, взаимодействия в смектической пленке перестают быть короткодействующими, поскольку флуктуации ориентации создают заряд с плотностью  $\rho = -\text{div}\mathbf{P}$ , а следовательно, и дальнедействующие электрические силы [2].

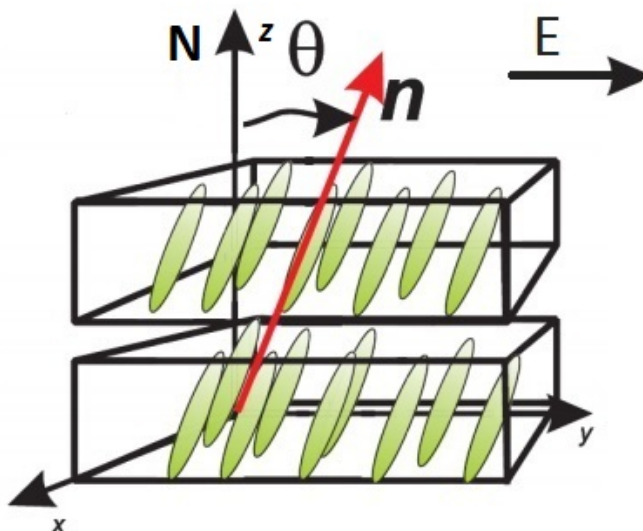


Рис. 1: Сmekтик  $C^*$ , молекулы изображены вытянутыми эллипсоидами.

На рисунке 1 изображён смектик  $C^*$ , направление дипольного момента  $\mathbf{P}$  перпендикулярно вектору директора  $\mathbf{n}$  и нормали к слоям  $\mathbf{N}$ , совпадающей с осью  $z$ .

В работах [7, 8] была измерена интенсивность рассеянного света и рассчитана корреляционная функция флуктуаций директора для очень тонких смектических пленок, в которых рассматривались только двумерные флуктуации, однородные в направлении поперек смектических слоев. Был обнаружен и теоретически, и экспериментально вклад взаимодействия поляризационных зарядов в рассеяние. В этих работах расстояние между взаимодействующими поляризационными зарядами рассчитывалось вдоль поверхности пленки. В работе [9] была найдена пространственно-временная корреляционная функция флуктуаций директора в свободно подвешенной пленке смектика  $C$  конечной толщины. Спонтанной поляризацией такие пленки не обладают и в них не возникают поляризационные заряды. В работе [10] рассмотрена пленка смектика  $C^*$  с геометрией «книжной полки», когда слои располагаются перпендикулярно ограничивающим поверхностям. Для такой геометрии учтено кулоновское взаимодействие между флуктуационно возникающими поляризационными зарядами и рассчитана интенсивность рассеянного света и корреляционная функция флуктуаций директора.

В настоящей работе рассмотрены свободно подвешенные пленки смектика  $C^*$ . Получена свободная энергия искажения смектика  $C^*$  во внешнем электрическом поле с учетом кулоновского взаимодействия между флуктуационно возникающими поляризационными зарядами. Рассчитана корреляционная

функция флуктуаций ориентации в пленке смектика  $C^*$  конечной толщины. Построена угловая зависимость интенсивности рассеянного света для пленок смектика  $C^*$  с различной величиной спонтанной поляризации  $P$ .

## 2 Свободная энергия смектика $C^*$ во внешнем электрическом поле

Рассмотрим свободно подвешенную пленку смектика  $C^*$ . Полагаем, что электрическое поле направлено параллельно смектическим слоям и не слишком сильное, чтобы иметь возможность учитывать только линейный по полю вклад, связанный с взаимодействием со спонтанной поляризацией  $\mathbf{P}$ .

Свободная энергия представляется в виде суммы следующих компонент:

$$F = F_{Fr} + F_P + F_C. \quad (1)$$

Первый вклад  $F_{Fr}$  представляет из себя энергию упругого искажения поля вектора-директора  $\mathbf{n}$  и имеет вид

$$F_{Fr} = \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} \left( K_{11} (\operatorname{div}\mathbf{n})^2 + K_{22} (\mathbf{n} \cdot \operatorname{rot}\mathbf{n})^2 + K_{33} (\mathbf{n} \times \operatorname{rot}\mathbf{n})^2 \right), \quad (2)$$

где  $K_{11}$ ,  $K_{22}$  и  $K_{33}$  – модули Франка.

Второй вклад в свободную энергию  $F_P$  учитывает взаимодействие внешнего электрического поля  $\mathbf{E}$  с вектором спонтанной поляризации  $\mathbf{P}$  и представим в виде:

$$F_P = - \int d\mathbf{r} (\mathbf{P} \cdot \mathbf{E}). \quad (3)$$

Третий вклад в свободную энергию  $F_C$  описывает кулоновское взаимодействие поляризационных зарядов, которые в рассмотренном случае имеют следующую плотность

$$\rho = -\operatorname{div}\mathbf{P}.$$

Таким образом, вклад  $F_C$  представляется в следующем виде

$$F_C = \frac{1}{2\varepsilon} \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{r}' \frac{\operatorname{div}\mathbf{P}(\mathbf{r})\operatorname{div}'\mathbf{P}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon$  – среднее значение диэлектрической проницаемости в рассматриваемом образце.

Интересуемся флуктуациями ориентации директора в смектике  $C^*$ . В этом случае смектик  $C^*$  обычно считается составленным из плоских слоев [11, 12].

Удобно выбрать систему координат так, чтобы смектические слои были параллельны плоскости  $(XY)$ , а сама плоскость располагалась бы в середине пленки.

Направление  $y$  выбирается вдоль приложенного электрического поля  $\mathbf{E}$ . Ось  $z$  – по нормали к слоям в состоянии равновесия.

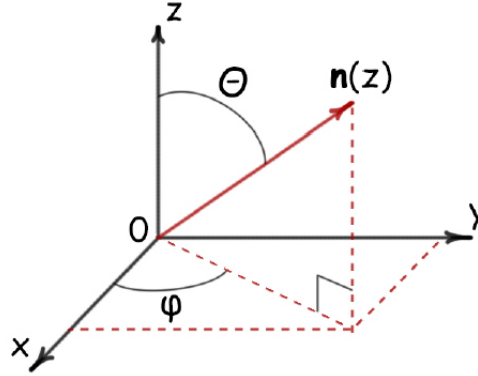


Рис. 2: Вектор-директор  $\mathbf{n}$  и переменные  $\theta$ ,  $\varphi$ , описывающие его ориентацию.

Вектор-директор  $\mathbf{n}$ , таким образом, имеет следующие компоненты:

$$n_x = \sin \theta \cos \varphi$$

$$n_y = \sin \theta \sin \varphi$$

$$n_z = \cos \theta$$

Внешнее поле  $\mathbf{E}$  будем считать достаточно сильным для того, чтобы ориентировать в равновесии вектор спонтанной поляризации  $\mathbf{P}$  по полю  $\mathbf{E}$  (в соответствии с формулой (3)). То есть в равновесии наблюдается «раскрученная» структура смектика  $S^*$ , когда директор ориентирован однородно.

### 3 Корреляционная функция флуктуаций директора<sup>8</sup> тора

Удобно ориентацию в смектическом жидком кристалле описывать с помощью двумерного **c**-директора, являющегося нормированной на единицу проекцией вектора-директора **n** на плоскость смектического слоя, то есть на плоскость (XY) [1, 2].

Случайные отклонения **c**-директора от оси *x* возникают вследствие тепловых флуктуаций. В рассматриваемом случае

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta) \\ \mathbf{c} &= (\cos \varphi, \sin \varphi, 0) \\ \mathbf{p} &= (-\sin \varphi, \cos \varphi, 0) = [\mathbf{N} \times \mathbf{c}] \\ \mathbf{P} &= P\mathbf{p}, \end{aligned}$$

где **P** – вектор спонтанной поляризации,  $\varphi$  – угол между **c**-директором и осью *x*. На следующей картинке показаны направления соответствующих векторов

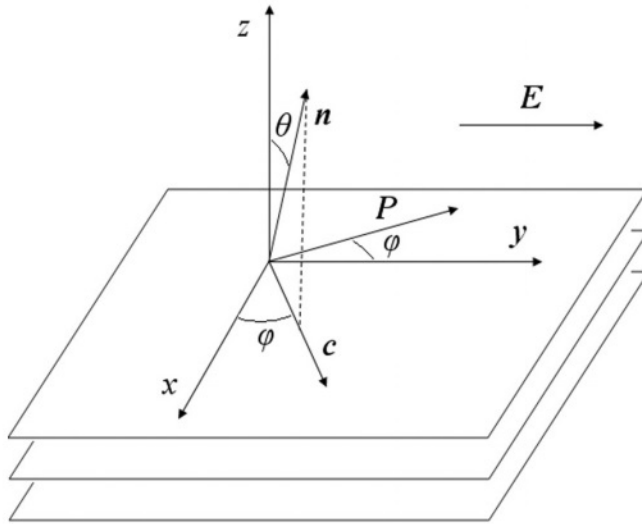


Рис. 3: Направления вектора-директора **n**, **c**-директора и вектора спонтанной поляризации **P** в смектике  $S^*$ . Внешнее поле **E** направлено вдоль оси *y*.

В предположении малости отклонений от положения равновесия, имеем



$$\begin{aligned}\mathbf{n} &\approx \left[ \left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right) \sin \theta, \varphi \sin \theta, \cos \theta \right], \\ \mathbf{c} &\approx \left(1 - \frac{\varphi^2}{2}, \varphi, 0\right), \\ \mathbf{P} &\approx P \left(-\varphi, 1 - \frac{\varphi^2}{2}, 0\right).\end{aligned}$$

Свободную энергию записываем с учетом малости отклонений директора  $\mathbf{n}$  от равновесного направления, то есть при малых углах  $\varphi$ . Таким образом, переписываем выражение (2) следующем виде

$$F_{Fr} = \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} \left[ B_1 \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + B_2 \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + B_3 \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2 + 2B_{13} \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) \right],$$

где

$$\begin{aligned}B_1 &= K_{22} \sin^2 \theta \cos^2 \theta + K_{33} \sin^4 \theta \\ B_2 &= K_{11} \sin^2 \theta \\ B_3 &= K_{22} \sin^4 \theta + K_{33} \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ B_{13} &= \sin^2 \theta \cos \theta (K_{33} - K_{22}).\end{aligned}$$

В тех же предположениях вклады (3) и (4) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}F_P &= \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} P E \varphi^2 \\ F_C &= \frac{P^2}{2\varepsilon} \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{r}' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \frac{\partial\varphi(\mathbf{r})}{\partial x} \frac{\partial\varphi(\mathbf{r}')}{\partial x'}.\end{aligned}$$

В результате получаем следующее выражение для свободной энергии смектика  $S^*$  во внешнем электрическом поле

$$\delta F = \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} \left[ B_1 \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + B_2 \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + B_3 \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 + 2B_{13} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) + \right. \\ \left. + PE\varphi^2 + \frac{P^2}{\varepsilon} \int d\mathbf{r}' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \frac{\partial \varphi(\mathbf{r})}{\partial x} \frac{\partial \varphi(\mathbf{r}')}{\partial x'} \right]. \quad (5)$$

Учтем, что пленка по оси  $z$  имеет конечные размеры и располагается в области от  $-L/2$  до  $L/2$ , где  $L$  – толщина пленки. В плоскости  $(XY)$  пленка имеет макроскопические размеры и поэтому по координатам  $(x, y)$  мы будем использовать Фурье-представление. Определим его по соответствующим координатам следующим образом:

$$\varphi(\mathbf{q}_\perp, z) = \int d\mathbf{r}_\perp e^{-i\mathbf{q}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp} \varphi(\mathbf{r}_\perp, z). \quad (6)$$

Соответственно, обратное преобразование Фурье определяем следующим образом:

$$\varphi(\mathbf{r}_\perp, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\mathbf{q}_\perp e^{i\mathbf{q}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp} \varphi(\mathbf{q}_\perp, z). \quad (7)$$

Отметим, что (это совершенно стандартное свойство систем однородных в плоскости  $(XY)$ ):

$$\varphi(-\mathbf{q}_\perp, z) = \varphi^*(\mathbf{q}_\perp, z).$$

Четвертое слагаемое в квадратных скобках из выражения (5) можно представить в следующем виде

$$2B_{13} \int d\mathbf{r} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = \\ 2B_{13} \int_{-L/2}^{L/2} dz \cdot \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\mathbf{q}_\perp i q_x \varphi(\mathbf{q}_\perp, z) \frac{\partial}{\partial z} \varphi^*(\mathbf{q}_\perp, z). \quad (8)$$

Вклад кулоновского взаимодействия поляризационных зарядов в свободную энергию (5) преобразуем с учетом

$$\int d\mathbf{r}_\perp \frac{e^{i\mathbf{q}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp}}{\sqrt{r_\perp^2 + (z - z')^2}} = \frac{2\pi}{q_\perp} e^{-q_\perp |z - z'|}.$$

Таким образом, свободная энергия (5) переписывается следующим образом

$$\begin{aligned}
\delta F = & \\
& \frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\mathbf{q}_\perp \left[ \int_{-L/2}^{L/2} dz \varphi^* \left( B_1 q_x^2 + B_2 q_y^2 + PE - B_3 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - 2B_{13} i q_x \frac{\partial}{\partial z} \right) \varphi + \right. \\
& + \frac{2\pi P^2}{q_\perp \varepsilon} q_x^2 \int_{-L/2}^{L/2} dz \int_{-L/2}^{L/2} dz' e^{-q_\perp |z-z'|} \varphi(\mathbf{q}_\perp, z) \varphi^*(\mathbf{q}_\perp, z') + \\
& \left. + B_3 \varphi^* \frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{-L/2}^{L/2} + 2B_{13} i q_x \varphi \varphi^* \Big|_{-L/2}^{L/2} \right]. \quad (9)
\end{aligned}$$

В данном выражении выделим в явном виде ядро интегрального оператора:

$$\begin{aligned}
\delta F = & \frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\mathbf{q}_\perp \int_{-L/2}^{L/2} dz \varphi^*(\mathbf{q}_\perp, z) \int_{-L/2}^{L/2} dz' \left[ \delta(z-z') \left( B_1 q_x^2 + B_2 q_y^2 + PE - \right. \right. \\
& \left. \left. B_3 \frac{\partial^2}{\partial z'^2} - 2B_{13} i q_x \frac{\partial}{\partial z'} \right) + \frac{2\pi P^2}{q_\perp \varepsilon} q_x^2 e^{-q_\perp |z-z'|} + \right. \\
& \left. \delta(z-z') \left( \delta(z' - \frac{L}{2}) - \delta(z' + \frac{L}{2}) \right) \left( B_3 \frac{\partial}{\partial z'} + 2B_{13} i q_x \right) \right] \varphi(\mathbf{q}_\perp, z'). \quad (10)
\end{aligned}$$

Интенсивность рассеяния определяется Фурье-компонентой корреляционной функции

$$G(\mathbf{q}_\perp, z, z') = \int d\mathbf{r}_\perp e^{-i\mathbf{q}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp} \langle \varphi(\mathbf{r}_\perp, z) \varphi(\mathbf{0}, z') \rangle, \quad (11)$$

где усреднение  $\langle \dots \rangle$  проводится с весами  $e^{-\delta F/k_B T}$ .

В предположении малых отклонений из положения равновесия, свободная энергия (10) представляется в виде квадратичной формы  $\frac{1}{2} (\varphi, \mathcal{A} \varphi)$ .

Искомая корреляционная функция совпадает с ядром обратного оператора  $\mathcal{A}^{-1}$ , домноженным на  $k_B T$ . Таким образом, она должна удовлетворять соотношению

$$\mathcal{A} \cdot G = k_B T \delta(z - z'). \quad (12)$$

Используя (10), выпишем это интегро-дифференциальное уравнение в явном виде

$$\begin{aligned} & \left( B_1 q_x^2 + B_2 q_y^2 + PE - B_3 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - 2B_{13} i q_x \frac{\partial}{\partial z} \right) G(\mathbf{q}_\perp, z, z') + \\ & \int_{-L/2}^{L/2} dz'' \frac{2\pi P^2}{q_\perp \varepsilon} q_x^2 e^{-q_\perp |z-z''|} G(\mathbf{q}_\perp, z'', z') + \\ & \left( \delta(z - \frac{L}{2}) - \delta(z + \frac{L}{2}) \right) \left( B_3 \frac{\partial}{\partial z} + 2B_{13} i q_x \right) G(\mathbf{q}_\perp, z, z') = k_B T \delta(z - z'). \end{aligned} \quad (13)$$

Для решения интегро-дифференциального уравнения, удобно будет ввести вспомогательную функцию  $V(\mathbf{q}_\perp, z, z')$ , определенную следующим образом

$$V(\mathbf{q}_\perp, z, z') = q_\perp \int_{-L/2}^{L/2} dz'' e^{-q_\perp |z-z''|} G(\mathbf{q}_\perp, z'', z'). \quad (14)$$

Это позволяет вместо интегро-дифференциального уравнения решать систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \left( -\partial_z^2 - 2b_{13} i q_x \partial_z + b_1 q_x^2 + b_2 q_y^2 \right) G(\mathbf{q}_\perp, z, z') + \frac{2\pi P^2}{B_3 q_\perp^2 \varepsilon} q_x^2 V(\mathbf{q}_\perp, z, z') = \frac{k_B T}{B_3} \delta(z - z') \\ \left( -\partial_z^2 + q_\perp^2 \right) V(\mathbf{q}_\perp, z, z') - 2q_\perp^2 G(\mathbf{q}_\perp, z, z') = 0, \end{cases} \quad (15)$$

где введены следующие обозначения

$$\begin{aligned} b_1 &= B_1/B_3, \\ b_2 &= B_2/B_3, \\ b_{13} &= B_{13}/B_3. \end{aligned}$$

Граничные условия к системе (15) имеют вид

$$\begin{cases} \pm \partial_z V(\mathbf{q}_\perp, z = \pm L/2, z') + q_\perp V(\mathbf{q}_\perp, z = \pm L/2, z') = 0 \\ \partial_z G(\mathbf{q}_\perp, z = \pm L/2, z') + 2i q_x b_{13} G(\mathbf{q}_\perp, z = \pm L/2, z') = 0. \end{cases} \quad (16)$$

Для решения системы (15) с граничными условиями (16) введем четырехмерные векторы

$$\mathbf{W} = (G, V, \partial_z G, \partial_z V)^T,$$

$$\mathbf{D} = \frac{k_B T}{B_3} (0, 0, 1, 0)^T.$$

Учитывая эти обозначения, система (15) переписывается следующим образом

$$(\partial_z - \hat{M})\mathbf{W} = -\mathbf{D}\delta(z - z'), \quad (17)$$

где

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a & b & -f & 0 \\ -2q_\perp^2 & q_\perp^2 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Здесь введены следующие обозначения

$$a = b_1 q_x^2 + b_2 q_y^2 + PE,$$

$$b = \frac{2\pi P^2 q_x^2}{B_3 q_\perp^2 \varepsilon},$$

$$f = 2b_{13} q_x i.$$

Граничные условия (16) переписываются следующим образом:

$$\hat{\Gamma}_{(\sigma)} \mathbf{W}(\mathbf{q}_\perp, z = \sigma L/2, z') = \mathbf{0}, \quad (19)$$

где  $\sigma = \pm$  соответствует  $z = \pm L/2$ , а  $\hat{\Gamma}_{(\sigma)}$  имеет следующий вид:

$$\hat{\Gamma}_{(\sigma)} = \begin{pmatrix} f & 0 & 1 & 0 \\ 0 & q_\perp & 0 & \sigma \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Линейно независимые вектора, удовлетворяющие граничным условиям (19)

$$\mathbf{W}^{(1)} = (1, 0, -f, 0)^T$$

$$\mathbf{W}_{(\sigma)}^{(2)} = (0, \sigma, 0, -q_\perp)^T$$

Решение уравнения (17) с граничными условиями (19), можно искать в виде

$$\mathbf{W}_{(\sigma)}(z, z') = e^{(z-\sigma L/2)\hat{M}} \left[ \mathbf{W}^{(1)} c_{\sigma}^{(1)}(z') + \mathbf{W}_{\sigma}^{(2)} c_{\sigma}^{(2)}(z') \right]. \quad (21)$$

Здесь  $\mathbf{W}_{(+)}(z, z')$  соответствует  $\mathbf{W}(z, z')$  для  $z > z'$ , а  $\mathbf{W}_{(-)}(z, z')$  соответствует  $\mathbf{W}(z, z')$  для  $z < z'$ .

Неизвестные коэффициенты  $c_{(\sigma)}^{(1)}$  и  $c_{(\sigma)}^{(2)}$  будем искать подставляя проект решения (21) в уравнение (17) и интегрируя это уравнение по  $z$  в пределах  $[z' - \varepsilon, z' + \varepsilon]$ , устремляя  $\varepsilon$  к 0. Получаем линейную систему уравнений

$$\mathbf{W}_{(+)}(z', z') - \mathbf{W}_{(-)}(z', z') = -\mathbf{D}. \quad (22)$$

Решение этой системы уравнений представляется в виде

$$\begin{pmatrix} c_{(+)}^{(1)} \\ c_{(+)}^{(2)} \\ c_{(-)}^{(1)} \\ c_{(-)}^{(2)} \end{pmatrix} = -A^{-1} e^{(L/2-z')\hat{M}} \mathbf{D}, \quad (23)$$

матрица  $A$  состоит из следующих векторов-столбцов

$$A = \left( \mathbf{W}^{(1)}, \mathbf{W}_{(+)}^{(2)}, -e^{L\hat{M}} \mathbf{W}^{(1)}, -e^{L\hat{M}} \mathbf{W}_{(-)}^{(2)} \right).$$

Интересующая нас корреляционная функция  $G$  определяется первой компонентой вектора  $\mathbf{W}$  при  $z, z' \in [-L/2, L/2]$ .

В дальнейшем нас будут интересовать приложения проведенных расчетов к оптическим экспериментам, а для этого нам потребуется функция  $g(\mathbf{q})$

$$g(\mathbf{q}) = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} dz \int_{-L/2}^{L/2} dz' e^{-iq_z(z-z')} G(\mathbf{q}_{\perp}, z, z'). \quad (24)$$

Численно проводим интегрирование по  $z, z'$  функции  $G$ .

## 4 Рассеяние света на флуктуациях с-директора

Флуктуации диэлектрической проницаемости определяются следующим образом:

$$\delta\varepsilon_{\alpha\beta} = \varepsilon_a \left[ n_\alpha(0) \frac{\partial n_\beta(0)}{\partial \varphi} + n_\beta(0) \frac{\partial n_\alpha(0)}{\partial \varphi} \right] \varphi. \quad (25)$$

Равновесное положение вектора-директора задается углом наклона к смектическим слоям:

$$\begin{aligned} \mathbf{n}(0) &= (\sin \theta, 0, \cos \theta), \\ \frac{\partial \mathbf{n}(0)}{\partial \varphi} &= (0, \sin \theta, 0). \end{aligned}$$

Интенсивность рассеянного света определяется выражением:

$$I(\mathbf{e}^{(i)}, \mathbf{e}^{(s)}, \mathbf{q}) \sim V \varepsilon_a^2 f(\mathbf{e}^{(i)}, \mathbf{e}^{(s)}) g(\mathbf{q}), \quad (26)$$

где  $V$  – объем рассматриваемой системы,  $\mathbf{q}$  – вектор рассеяния. Множитель  $f$  определяется геометрией системы:

$$f(\mathbf{e}^{(i)}, \mathbf{e}^{(s)}) = \left[ e_\alpha^{(s)} \left( n_\alpha(0) \frac{\partial n_\beta(0)}{\partial \varphi} + n_\beta(0) \frac{\partial n_\alpha(0)}{\partial \varphi} \right) e_\beta^{(i)} \right]^2.$$

Здесь  $\mathbf{e}^{(i)}$  и  $\mathbf{e}^{(s)}$  – единичные векторы поляризации падающего и рассеянного света соответственно.

Множитель  $g(\mathbf{q})$  определяется формулой (24).

На рисунке 4 представлена геометрия рассеяния на пленке смектика  $C^*$ . Здесь  $\mathbf{k}_s$  и  $\mathbf{k}_i$  – волновые векторы рассеянного и падающего света соответственно,  $\theta_{sc}$  – угол рассеяния, который отсчитывается от оси  $z$ .

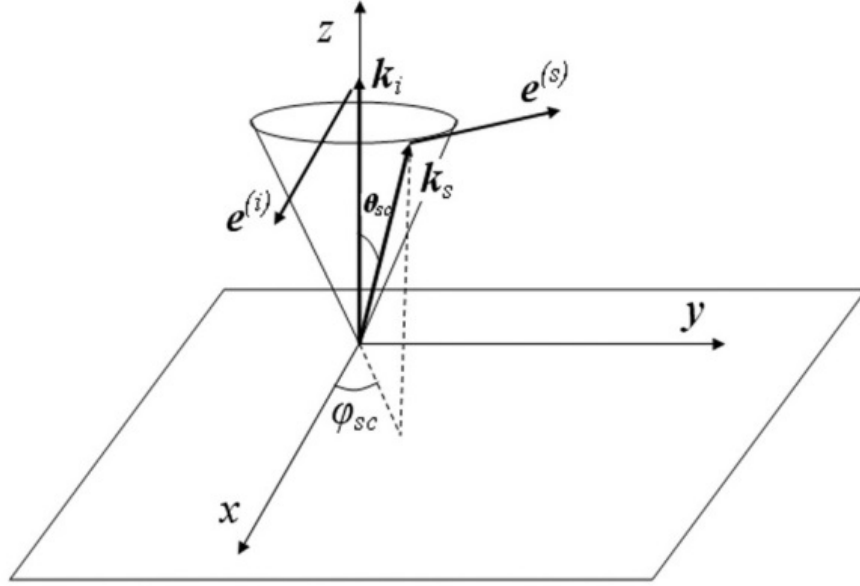


Рис. 4: Схематичное изображение рассеяния света на пленке смектика  $C^*$ .

Направим векторы поляризации падающего и рассеянного света следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^{(i)} &= (1, 0, 0), \\ \mathbf{e}^{(s)} &= (-\sin \varphi_{sc}, \cos \varphi_{sc}, 0). \end{aligned}$$

Будем считать, что свет падает на пленку под углом  $\theta_i$  к нормали в плоскости  $(XZ)$  и рассеивается после прохождения пленки под углом  $\theta_s$ .

Вектор рассеяния имеет, таким образом, следующие компоненты

$$\mathbf{q} = k_0(\sin \theta_s - \sin \theta_i, \cos \theta_s - \cos \theta_i, 0),$$

где  $k_0$  – волновое число падающего света. Для рассматриваемой геометрии получаем:

$$f(\mathbf{e}^{(s)}, \mathbf{e}^{(i)}) = \cos^2 \varphi_{sc} ((\varepsilon_3 - \varepsilon_1) \sin^2 \theta - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1))^2,$$

где  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  – диэлектрические проницаемости вдоль осей  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно.

В соответствии с формулой (26) были проведены численные расчеты для следующих ситуаций:

1. Посчитана интенсивность рассеянного света и корреляционной функцией флуктуаций  $g(\mathbf{q})$  в плоскости  $(XZ)$  в зависимости от угла рассеяния  $\theta_{sc}$  для различных значений поляризации  $\mathbf{P}$ .



2 Посчитана зависимость интенсивности рассеянного света и корреляционной функции флуктуаций  $g(\mathbf{q})$  в зависимости от азимутального угла  $\varphi_{sc}$  для различных значений поляризации  $\mathbf{P}$ .

В вычислениях для смектической пленки  $S^*$  использовались следующие значения параметров  $L = 10^{-4}$  см,  $\theta = 15^\circ$ ,  $\varepsilon = 5$ ,  $k_0 = 10^5$  см $^{-1}$ ,  $E = 0.3$  стВ/см,  $K_{11} = 0.7 \cdot 10^{-6}$  дин,  $K_{22} = 0.4 \cdot 10^{-6}$  дин,  $K_{33} = 1.7 \cdot 10^{-6}$  дин. Величина  $P = 10, 15, 20$  Статкулон/см $^2$  или же  $3.34 \cdot 10^4, 5.01 \cdot 10^4, 6.67 \cdot 10^4$  нКл/м $^2$  соответственно.

На следующих рисунках приведены графики зависимостей корреляционной функции флуктуаций от угла рассеяния  $\theta_{sc}$ .

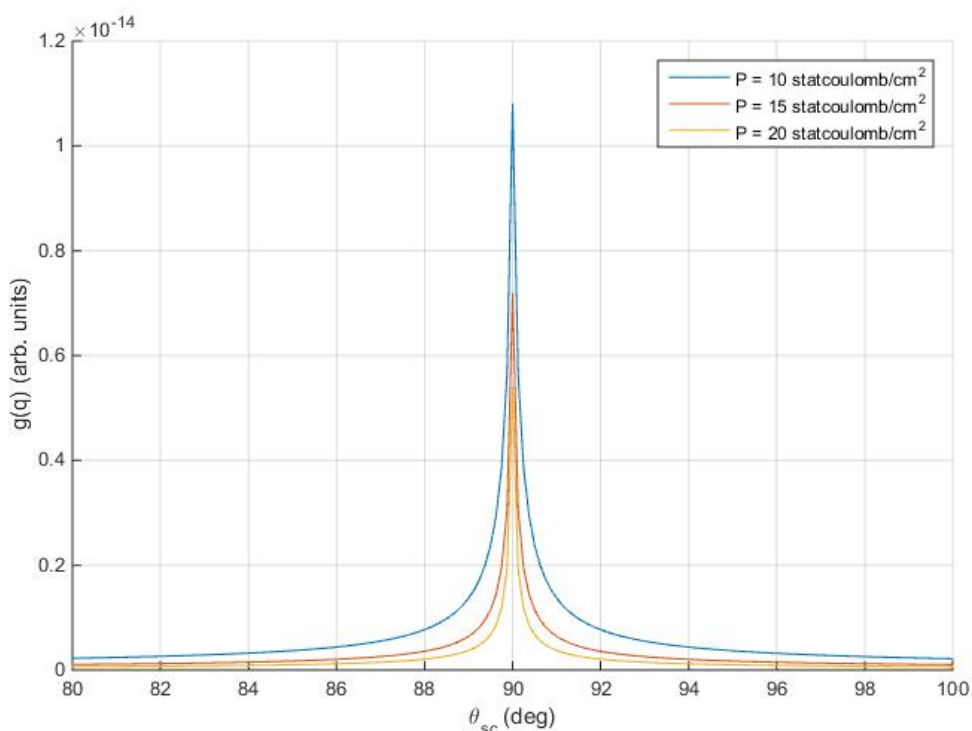


Рис. 5: Угловая зависимость корреляционной функции флуктуаций для различных значений поляризации  $\mathbf{P}$  смектических слоев для света, падающего нормально к слою  $\theta_i = 90^\circ$ .

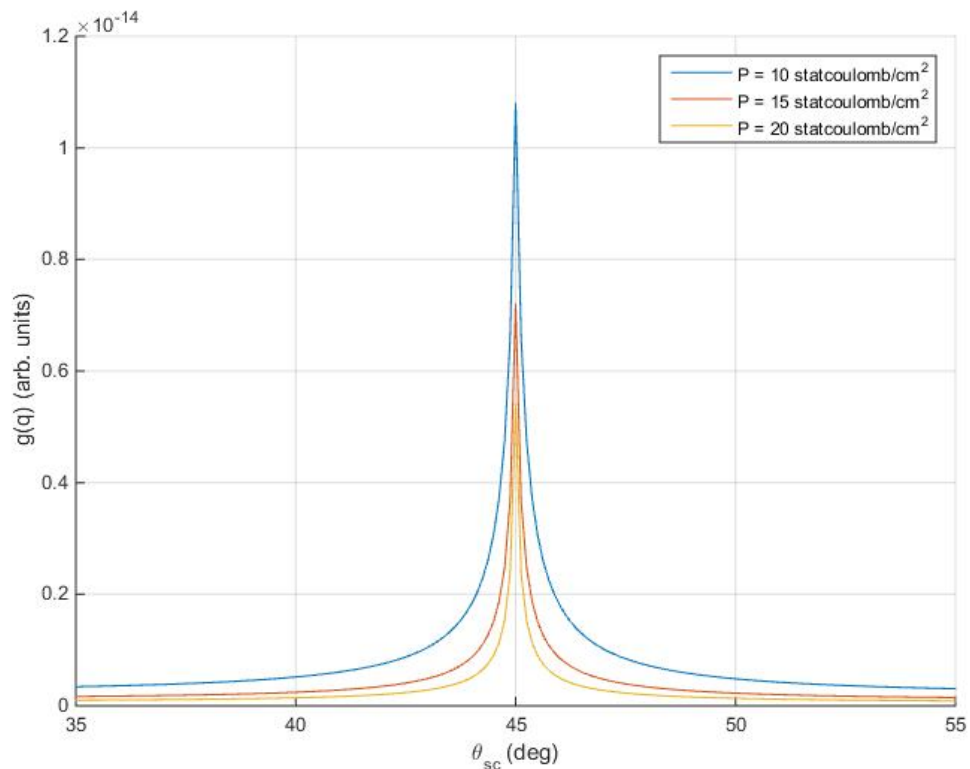


Рис. 6: Угловая зависимость корреляционной функции флуктуаций для различных значений поляризации  $\mathbf{P}$  смектических слоев для света, падающего под 45 градусов к слою.

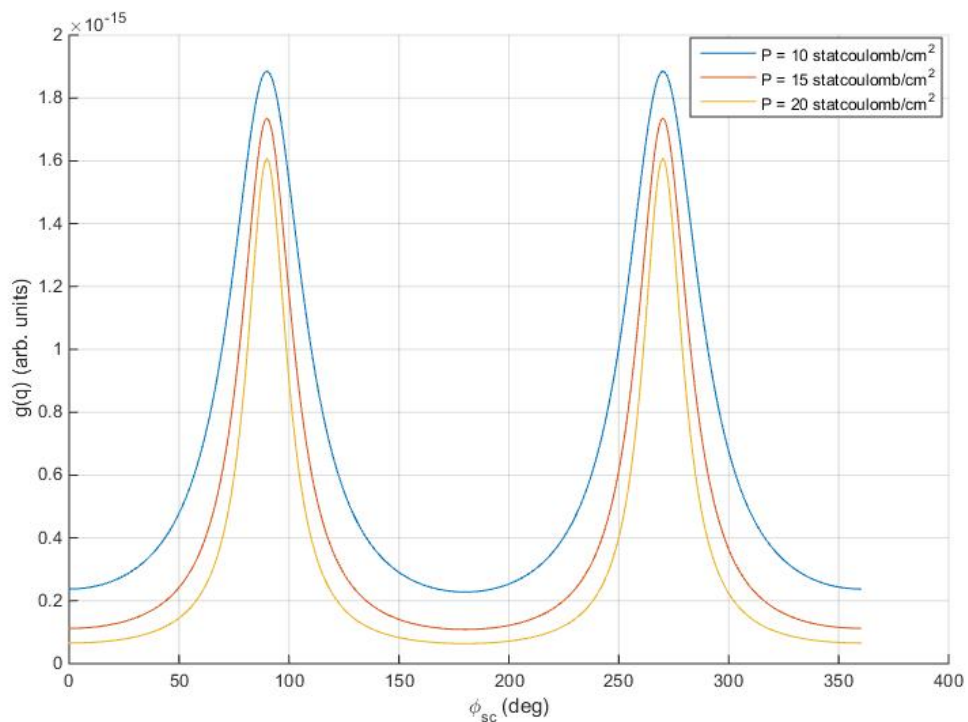


Рис. 7: Угловая зависимость корреляционной функции флуктуаций для различных значений поляризации  $\mathbf{P}$  смектических слоев для света, рассеянного под углом  $\theta_{sc} = 80^\circ$ .

Следующие графики иллюстрируют угловые зависимости для интенсивности рассеянного света.

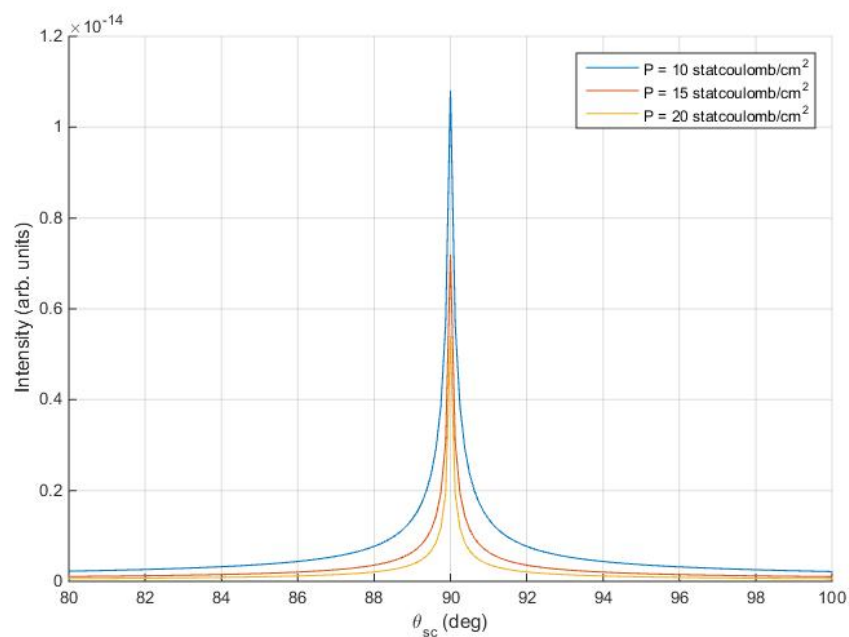


Рис. 8: Зависимость интенсивности рассеянного света от угла рассеяния.

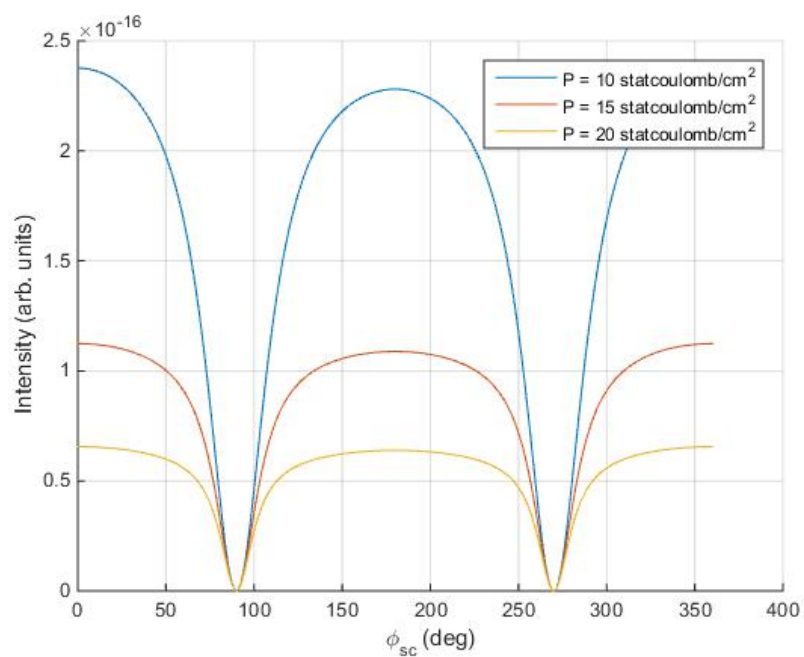


Рис. 9: Зависимость интенсивности рассеянного света от  $\varphi_{sc}$  при фиксированном угле рассеяния  $\theta_{sc} = 80^\circ$ .

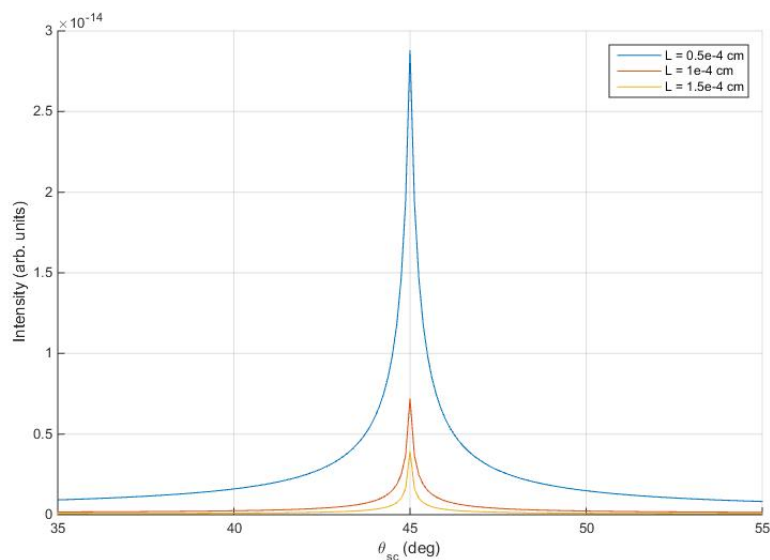


Рис. 10: Зависимость интенсивности рассеянного света от  $\theta_{sc}$  при фиксированном значении  $P = 15$  Статкулон/см<sup>2</sup> для различных значений  $L$ .

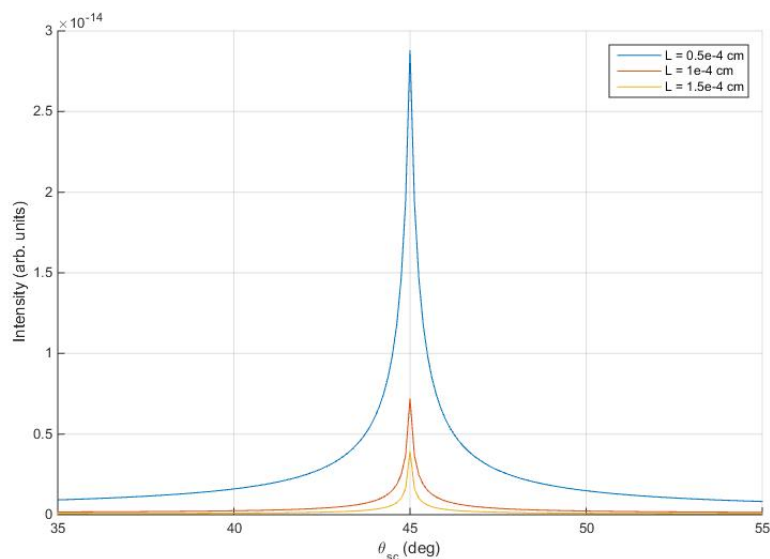


Рис. 11: Зависимость интенсивности рассеянного света от  $\varphi_{sc}$  при фиксированном значении  $P = 15$  Статкулон/см<sup>2</sup> для различных значений  $L$ .

## 5 Анализ результатов

Изучено влияние кулоновского взаимодействия поляризационных зарядов в смектической пленке конечной толщины, помещенной в электрическое поле, параллельное слоям. Получена корреляционная функция флуктуаций директора. Изучена угловая зависимость интенсивности рассеянного света.

В результате проведенных расчетов было обнаружено, что как корреляционная функция флуктуаций ориентации, так и интенсивность рассеянного света значительно зависят от величины спонтанной поляризации. Вызвана эта зависимость кулоновским взаимодействием между флуктуационно возникающими поляризационными зарядами. Обнаружено, что с ростом величины поляризации как корреляционная функция флуктуаций ориентации, так и интенсивность рассеянного света уменьшаются.

## Список литературы

1. де Жен П. *Физика жидких кристаллов* (М.: Мир, 1977)
2. Романов В. П., Ульянов С. В. *Динамические свойства смектических пленок* (УФН, 2003)
3. H. Takezoe, E. Gorecka, and M. Cepic, *Rev. Mod. Phys.* **82** 897 (2010)
4. Y. Takanishi, I. Nishiyama, J. Yamamoto, Y. Ohtsuka, and A. Iida, *Phys. Rev. E* **87** 050503(R) (2013)
5. de Gennes P.-G., Prost J., *The physics of Liquid Crystals*, (Oxford: Clarendon Press, 1993)
6. Romanov V. P., Ulyanov S. V. *Phys. Rev. E* **90** 052502 (2014)
7. Young C. Y. et al. *Phys. Rev. Lett.* **40** 773 (1978)
8. Rosenblatt C. et al. *Phys. Rev. Lett.* **42** 1220 (1979)
9. Shalaginov A. N. *Phys. Rev. E* **53** 3623 (1996)
10. Shalaginov A. N. *Optics and Spectroscopy* Vol. 85 No 1. (1998)
11. Lee J. B., Pelcovits R. A., and Meyer R. B. *Phys. Rev. E* **75** 051701 (2007)
12. Link D. R., Chattham N., MacLennan J. E., and Clark N. A. *Phys. Rev. E* **71** 021704 (2005)