

Санкт-Петербургский государственный университет

Физический факультет

Кафедра статистической физики



**Многопетлевой расчет критических индексов в
динамической модели E**

Магистерская диссертация студента

дневного отделения

_____ **Ивановой Эллы Валерьевны**

Научный руководитель:

_____ д.ф.-м.н., профессор **Аджемян Л.Ц.**

Рецензент:

_____ к.ф.-м.н. **Компаниец М.В.**

Санкт-Петербург

2015

Содержание

1 Введение	2
2 Постановка задачи + выбор ренормировки	3
2.1 Актуальность работы.	3
2.2 Формулировка задачи.	3
2.3 Схема ренормировки.	5
3 R - операция.	7
4 Уравнения РГ.	9
5 Диаграммная техника.	11
5.1 Построение пропагаторов и вершин.	11
5.2 Временные версии и сечения.	12
6 Результаты	13
7 Заключение	16
8 Приложение 0. Обозначения.	17
9 Приложение 1. 1 петля	17
9.1 $f_1 = -\partial_\tau \Gamma_{\psi'+\psi} \frac{1}{2\lambda}$, 1 диаграмма	17
9.2 $f_2 = -\partial_\tau \partial_{i\omega} \Gamma_{\psi'+\psi}$, 2 диаграммы	18
9.3 $f_3 = \partial_\tau \partial_p^2 \Gamma_{\psi'+\psi} / (2\lambda)$, 2 диаграммы	18
9.4 $f_7 = -\partial_\tau \partial_p^2 \Gamma_{m'm'} / (2\lambda u)$, 1 диаграмма	19
10 Приложение 2. 2 петли	20
10.1 $\Gamma_{\psi'\psi+} = \frac{1}{2} \Gamma_{\psi'\psi+}$, 25 диаграмм	20
10.2 $\Gamma_{\psi\psi'+} = -\frac{1}{2} \partial_p^2 \Gamma_{\psi\psi'+}$, 34 диаграммы	22
10.3 $\Gamma_{mm'} = -\frac{1}{2} \partial_p^2 \Gamma_{mm'}$, 10 диаграмм	24
Список литературы	26

1 Введение

В настоящее время метод ренормгруппы является общепризнанным инструментом для изучения фазовых переходов второго рода и критических явлений. Он позволяет обосновать критический скейлинг и дает рецепт расчета критических показателей в виде разложения по формально малому параметру ε . Основной технической задачей является расчет ренормгрупповых функций. Обычно она решается с помощью определения констант ренормировок путем расчета соответствующих диаграмм Фейнмана. В настоящей работе рассматривается модель критической динамики. В этом случае аналитический расчет многопетлевых диаграмм достаточно сложен, поэтому удобнее воспользоваться численными методами, которые позволяют в дальнейшем автоматизировать процедуру нахождения ренормгрупповых функций. Сложность численных расчетов заключается в наличии полюсов по ε в константах ренормировки. Существует несколько способов решения возникшей проблемы. В данной работе будет использован метод, изложенный в работе [2], в которой было получено выражение для ренормгрупповых функций через ренормированные величины, не содержащие сингулярностей по ε . В настоящей работе будет проведено обобщение этого метода на задачу критической динамики на примере модели E.

2 Постановка задачи + выбор ренормировки

2.1 Актуальность работы.

Физический интерес представляет нахождение динамического критического индекса z , определяющего скорость замедления релаксации параметра порядка по мере приближении к точке фазового перехода. В рассматриваемой многозарядной теории могут быть разные неподвижные точки, в которых индекс z различен. И первый вопрос, который надо решить – какая из этих точек устойчива. Имеющиеся результаты не дают возможности однозначно ответить на этот вопрос, поэтому актуальной задачей является расчет в старших порядках теории возмущений.

2.2 Формулировка задачи.

Модель E описывает планарный симметричный антиферромагнетик. Поле параметра порядка ψ (N компонентное поле) является разность намагниченностей двух подрешеток. Эта величина не связана ни с какой симметрией и поэтому не сохраняется, в отличие от суммарной намагниченности m , которая сохраняется при наличии спиновой изотропии. Поле m играет роль добавочной мягкой моды. Задача с $N = 1$ соответствует задаче для сверхтекучего He-4.

Данная динамическая модель строится на основе статической модели φ^4

$$S^{\text{st}} = -\partial\psi^+\partial\psi - \tau_0\psi^+\psi - g_{1,0}(\psi^+\psi)^2/6 - m^2/2 + mh_{0m} \quad (1)$$

которая эквивалентна вещественной O_n симметричной модели с $n = 2N$, с учетом нормировки заряда $g_{1,0}$ (h – добавочное внешнее поле).

В динамике необходимо учитывать взаимодействие параметра порядка ψ с другими мягкими модами. Такое взаимодействие описывается стохастическим уравнением Ланжевена:

$$\varphi = \{\psi, \psi^+, m\}, \quad \partial_t\varphi_a(\vec{x}) = (\alpha_{ab} + \beta_{ab})\frac{\delta S^{\text{st}}(\varphi)}{\delta\varphi_b} + \eta_a, \quad \langle \hat{\eta}_a(\vec{x})\hat{\eta}_b(\vec{x}') \rangle = 2\alpha_{ab}\delta(\vec{x} - \vec{x}'), \quad (2)$$

где α и β – матрицы кинетических коэффициентов Онзагера:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \lambda_{0\psi} & 0 \\ \lambda_{0\psi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_{0m}\partial^2 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i\lambda_{0\psi}g_{3,0}\psi \\ 0 & 0 & -i\lambda_{0\psi}g_{3,0}\psi^+ \\ -i\lambda_{0\psi}g_{3,0}\psi & i\lambda_{0\psi}g_{3,0}\psi^+ & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Стохастическая задача (2) эквивалентна квантово-полевой модели с удвоенным числом полей и неренормированным действием

$$S(\varphi) = \varphi'\alpha\varphi' + \varphi'[-\partial_t\varphi + (\alpha + \beta)\frac{\delta S^{\text{st}}}{\delta\varphi}], \quad \varphi = \{\psi, \psi^+, m\}, \quad (4)$$

которое в подробной записи имеет вид

$$\begin{aligned}
S(\psi) = & 2\lambda\psi'+\psi'+\psi'+[-\partial_t\psi+\lambda(\partial^2\psi-\tau\psi-g_{1,0}\psi(\psi^+\psi)/3)+i\lambda g_{3,0}\psi(-m+h_m)]+ \\
& +\psi'[-\partial_t\psi'+\lambda(\partial^2\psi'+\tau\psi'+g_{1,0}\psi^+(\psi\psi^+)/3)+i\lambda g_{3,0}\psi^+(-m+h_m)]-\lambda um'\partial^2m'+ \\
& +m'[-\partial_t m-\lambda u\partial^2(-m+h_m)]+m'[i\lambda g_{3,0}(\psi^+\partial^2\psi-\psi\partial^2\psi^+)] \quad (5)
\end{aligned}$$

Модели (1) и (5) рассматриваются в пространстве размерности $d = 4 - 2\varepsilon$. Диаграммы функций Грина этих моделей имеют при $\varepsilon \rightarrow 0$ ультрафиолетовые расходимости (полюса по ε). Обе модели мультипликативно ренормируемы [1]. Соответствующие ренормированные действия имеют вид:

$$S(\psi)_R^{\text{st}} = -\tilde{Z}_1\partial\psi^+\partial\psi - \tilde{Z}_2\tau\psi^+\psi - \tilde{Z}_3g_{1,0}(\psi^+\psi)^2/6 - \tilde{Z}_5m^2/2 + mh_{om} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
S(\psi)_R = & 2Z_1\lambda\psi'+\psi'+ \\
& +\psi'[-Z_2\partial_t\psi'+\lambda((Z_3\partial^2\psi'+Z_4\tau\psi'+Z_5g_{1,0}\mu^{2\varepsilon}\psi^+(\psi\psi^+)/3)+i\lambda g_{3,0}\mu^\varepsilon\psi^+(-Z_6m+h_m))]_1+ \\
& +\psi'+[\dots]_1^+ - Z_7\lambda um'\partial^2m' + m'[-\partial_t m - \lambda u\partial^2(-Z_8m+h_m)] + m'[i\lambda g_{3,0}\mu^\varepsilon Z_9(\psi^+\partial^2\psi - \psi\partial^2\psi^+)] \quad (7)
\end{aligned}$$

Константы ренормировки $Z_i (i = 1 \dots 9)$ выражаются через ренормировки полей

$$\psi'_0 = \psi'Z_{\psi'}, \quad \psi'^+_0 = \psi'^+Z_{\psi'^+}, \quad \psi_0 = \psi Z_\psi, \quad m'_0 = m'Z_{m'}, \quad m_0 = mZ_m \quad (8)$$

и параметров

$$\lambda_0 = \lambda Z_\lambda, \quad \tau_0 = \tau Z_\tau, \quad g_{1,0} = g_{1,0}\mu^{2\varepsilon}Z_{g_1}, \quad u_0 = uZ_u, \quad g_{3,0} = g_{3,0}\mu^\varepsilon Z_{g_3} \quad (9)$$

соотношениями:

$$Z_1 = Z_\lambda Z_{\psi'}^+ Z_{\psi'} \quad (10)$$

$$Z_2 = Z_{\psi'}^+ Z_\psi \quad (11)$$

$$Z_3 = Z_\lambda Z_{\psi'}^+ Z_\psi \quad (12)$$

$$Z_4 = Z_\lambda Z_\tau Z_{\psi'}^+ Z_\psi \quad (13)$$

$$Z_5 = Z_\lambda Z_{g_1} Z_{\psi'}^+ Z_\psi Z_\psi^+ Z_\psi \quad (14)$$

$$Z_6 = Z_\lambda Z_{g_3} Z_m Z_{\psi'}^+ Z_\psi \quad (15)$$

$$Z_7 = Z_\lambda Z_u Z_{m'}^2 \quad (16)$$

$$Z_8 = Z_\lambda Z_u \quad (17)$$

$$Z_9 = Z_\lambda Z_{g_3} Z'_m Z_\psi^+ Z_\psi \quad (18)$$

Преобразуя интегрированием по частям вершину взаимодействия к виду:

$$m'(\psi^+\partial^2\psi - \psi\partial^2\psi^+) = \partial m'(\psi\partial\psi^+ - \psi^+\partial\psi), \quad (19)$$

убеждаемся, что на каждый внешний хвост m' 1-неприводимых функций выделяется внешний импульс. Поэтому в слагаемом $m' \partial_t m$ в (7) отсутствует константа ренормировки, это означает, что

$$Z_m Z_{m'} = 1. \quad (20)$$

В работе [1], использующей схему ренормировки MS, получены следующие дополнительные связи на константы ренормировки:

$$Z_m = Z_{g_3} Z_\lambda = 1. \quad (21)$$

Показано также, что константы ренормировки Z_{g_1} , Z_ψ , Z_τ совпадают со своими статистическими аналогами. Таким образом, в динамике имеются 3 новых независимых константы ренормировки. Однако, надо помнить, что сделанные в работе [1] утверждения справедливы в схеме MS, а в произвольной схеме могут быть получены с точностью до конечной ренормировки.

2.3 Схема ренормировки.

В работах [4], [5] РГ-функции вычислялись стандартным образом через константы ренормировки. Мы хотим воспользоваться приемом Аджемяна-Компанийца [2] и выразить РГ-функции через конечные интегралы. Для этого надо произвести обобщение этого способа на динамический многозарядный случай. С этой целью необходимо выбрать подходящую схему ренормировки. Мы будем использовать схему ренормировки, аналогичную схеме вычитаний на нулевых импульсах и частотах, но с дополнительным условием $\mu^2 = \tau$ (точка нормировки). Константы ренормировки в такой схеме, как и в схеме минимальных вычитаний, не зависят от τ , поэтому уравнения РГ имеют точно такой же вид, как в схеме MS.

Введем нормированные функции Грина

$$\bar{\Gamma}_1 = \frac{\Gamma_{\psi'+\psi'}}{2\lambda} \Big|_{p=0, \omega=0} \quad (22)$$

$$\bar{\Gamma}_2 = \partial_{i\omega} \Gamma_{\psi'+\psi} \Big|_{p=0, \omega=0} \quad (23)$$

$$\bar{\Gamma}_3 = -\frac{1}{2} \partial_p^2 \frac{\Gamma_{\psi'+\psi}}{\lambda} \Big|_{p=0, \omega=0} \quad (24)$$

$$\bar{\Gamma}_4 = -\frac{\Gamma_{\psi'+\psi} - \Gamma_{\psi'+\psi} |_{\tau=0}}{\lambda\tau} \Big|_{p=0, \omega=0} \quad (25)$$

$$\bar{\Gamma}_5 = -\frac{3}{2} \frac{\Gamma_{\psi'+\psi(\psi+\psi)}}{\lambda g_1 \mu^{2\varepsilon}} \Big|_{p=0, \omega=0} \quad (26)$$

$$\bar{\Gamma}_6 = -\frac{\Gamma_{\psi'+\psi m}}{i\lambda g_3 \mu^{2\varepsilon}} \Big|_{p=0, \omega=0} \quad (27)$$

$$\bar{\Gamma}_7 = \frac{1}{2} \partial_p^2 \frac{\Gamma_{m'm'}}{2\lambda u} \Big|_{p=0, \omega=0} \quad (28)$$

$$\bar{\Gamma}_8 = -\frac{1}{2} \partial_p^2 \frac{\Gamma_{m'm}}{\lambda} \Big|_{p=0, \omega=0} \quad (29)$$

$$\bar{\Gamma}_9 = -\frac{1}{2} \partial_p^2 \frac{\Gamma_{m'\psi+\psi}}{i\lambda g_3 \mu^{2\varepsilon}} \Big|_{p=0, \omega=0} + \frac{1}{2} \partial_\tau^2 \frac{\Gamma_{m'\psi+\psi}}{i\lambda g_3 \mu^{2\varepsilon}} \Big|_{p=0, \omega=0} \quad (30)$$

и определим константы ренормировки из требования, чтобы в точке нормировки $\mu^2 = \tau$ все петлевые вклады в ренормированные аналоги $\bar{\Gamma}_i^R$ функций (22)-(30) обращались в ноль. Функции нормированы так, что их беспетлевые значения равны единице, таким образом, требуем, чтобы

$$\bar{\Gamma}_i^R |_{\mu^2=\tau} = 1, \quad i = 1 \dots 9. \quad (31)$$

3 R - операция.

Учет констант ренормировки можно заменить действием R операции на диаграммы базовой теории с $Z_i = 1$.

$$\Gamma^R = R\Gamma = (1 - K)R'\Gamma, \quad (32)$$

где неполная R' операция вычитает расходимости в подграфах, а операция $(1 - K)$ – оставшуюся поверхностную расходимость. В терминах R' операции константы ренормировки могут быть записаны в виде:

$$Z_i = 1 - KR'\bar{\Gamma}_i. \quad (33)$$

В точке нормировки операция $(1 - K)\Gamma$ сводится к вычитанию начального отрезка ряда по импульсу и частоте:

1. Для диаграмм с логарифмическим подграфом

$$(1 - K)\Gamma(p^2, \omega) = \Gamma(p^2, \omega) - \Gamma|_{p=0, \omega=0}. \quad (34)$$

2. Для диаграмм с логарифмическим подграфом

$$(1 - K)\Gamma(p^2, \omega) = \Gamma(p^2, \omega) - \Gamma|_{p=0, \omega=0} - p^2 \partial_{p^2} \Gamma|_{p=0, \omega=0} - i\omega \partial_{i\omega} \Gamma|_{p=0, \omega=0}. \quad (35)$$

Такую форму записи можно распространить и на диаграммы, содержащие более высокую степень расходимости подграфа. Соответствующую R -операцию для диаграммы χ можно записать в виде :

$$R\chi = \prod \frac{1}{n_i!} \int_0^1 da_i (1 - a_i)^{n_i} \partial_{a_i}^{n_i+1} \chi, \quad (36)$$

где i пробегает по всем существенным подграфам, n_i – каноническая размерность подграфа, a_i – параметр растяжения импульса ($k \rightarrow ak$) и частоты ($\omega \rightarrow a^2\omega$), втекающих в подграф. Форма записи (36) удобна тем, что в ней с самого начала фигурируют конечные интегралы, а не происходит сокращения полюсных вкладов, как при использовании констант ренормировок.

Рассмотрим применение соотношения (36) на примере диаграммы, которая содержит квадратично расходящийся подграф. Диаграмме соответствует 3 временных версии, но мы рассматриваем только ту, которая изображена на рисунке ниже .

$\chi =$

(37)

$$\begin{aligned}
-\partial_\tau \chi &= \int \int d\bar{k} d\bar{q} (-\partial_\tau) \frac{1}{(q^2 + t)(q^2 u + q^2 + t)^2 (u(k^2 - 2kMq + q^2) + k^2 + q^2 u + t)} = \\
&= \int \int d\bar{k} d\bar{q} \left(\frac{2}{(q^2 + 1)(2q^2 + 1)^3 (2k^2 - 2kMq + 2q^2 + 1)} \right) + \\
&+ \int \int d\bar{k} d\bar{q} \left(\frac{1}{(q^2 + 1)(2q^2 + 1)^2 (2k^2 - 2kMq + 2q^2 + 1)^2} \right) + \\
&+ \int \int d\bar{k} d\bar{q} \left(\frac{1}{(q^2 + 1)^2 (2q^2 + 1)^2 (2k^2 - 2kMq + 2q^2 + 1)} \right). \tag{38}
\end{aligned}$$

Первое слагаемое имеет логарифмическую расходимость, а второе и третье – квадратичную.

$$\begin{aligned}
-R\partial_\tau \chi &= \int \int d\bar{k} d\bar{q} \frac{(1-a)^2}{2} \int_0^1 da \partial_a^3 \left[\frac{2}{(q^2 + 1)(2q^2 + 1)^3 (2k^2 - 2kMqa + 2q^2 a^2 + 1)} \right] + \\
&+ \int \int d\bar{k} d\bar{q} \int_0^1 da \partial_a \left[\frac{1}{(q^2 + 1)(2q^2 + 1)^2 (2k^2 - 2kMqa + 2q^2 a^2 + 1)^2} \right] + \\
&+ \int \int d\bar{k} d\bar{q} \frac{(1-a)^2}{2} \int_0^1 da \partial_a^3 \left[\frac{1}{(q^2 + 1)^2 (2q^2 + 1)^2 (2k^2 - 2kMqa + 2q^2 a^2 + 1)} \right] \tag{39}
\end{aligned}$$

В итоговом выражении нет расходимостей.

4 Уравнения РГ.

Как и в схеме MS, в выбранной схеме константы ренормировки зависят только от констант связи и размерности пространства d . Поэтому РГ-уравнения для 1-неприводимых функций Грина получаются по аналогии со схемой MS.

Ренормированные 1-неприводимые функции Грина имеют вид

$$\Gamma_{n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6}^R = \Gamma_{n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6} Z_\psi^{n_1} Z_{\psi^+}^{n_2} Z_{\psi'}^{n_3} Z_{\psi'^+}^{n_4} Z_m^{n_5} Z_{m'}^{n_6} \quad (40)$$

(значки n_i далее будем опускать). Неренормированные функции Γ не зависят от ренормировочной массы μ , поэтому $\tilde{\mathcal{D}}_\mu \Gamma = 0$, где $\tilde{\mathcal{D}}_\mu = \mu \partial_\mu$ при фиксированных затравочных параметрах. Для ренормированных функций Γ^R отсюда получаем

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{D}}_\mu \Gamma^R &= (n_1 \gamma_\psi + n_2 \gamma_{\psi^+} + n_3 \gamma_{\psi'} + n_4 \gamma_{\psi'^+} + n_5 \gamma_m + n_6 \gamma_{m'}) \Gamma^R = \sum n_\alpha \gamma_\alpha \Gamma^R, \\ \gamma_\alpha &\equiv \tilde{\mathcal{D}}_\mu \ln Z_\alpha. \end{aligned} \quad (41)$$

В терминах ренормированных переменных:

$$[\mathcal{D}_\mu + \beta_{g_1} \partial_{g_1} + \beta_{g_3} \partial_{g_3} + \beta_u \partial_u - \gamma_\tau \mathcal{D}_\tau - \gamma_\lambda \mathcal{D}_\lambda] \Gamma^R = \sum n_\alpha \gamma_\alpha \Gamma^R, \quad \beta_i \equiv \tilde{\mathcal{D}}_\mu g_i. \quad (42)$$

Для нормированных функций (22)-(30) из (42) получаем:

$$[\mu \partial_\mu + \beta_{g_1} \partial_{g_1} + \beta_{g_3} \partial_{g_3} + \beta_u \partial_u - \gamma_\tau \mathcal{D}_\tau - \gamma_i] \bar{\Gamma}_i^R = 0, \quad i = 1 \dots, 9 \quad (43)$$

$$\gamma_1 = \gamma_\lambda + \gamma_{\psi'^+} + \gamma_{\psi'} \quad (44)$$

$$\gamma_2 = \gamma_{\psi'^+} + \gamma_\psi \quad (45)$$

$$\gamma_3 = \gamma_\lambda + \gamma_{\psi'^+} + \gamma_\psi \quad (46)$$

$$\gamma_4 = \gamma_\lambda + \gamma_\tau + \gamma_{\psi'^+} + \gamma_\psi \quad (47)$$

$$\gamma_5 = \gamma_\lambda + \gamma_{g_1} + \gamma_{\psi'^+} + \gamma_\psi + \gamma_{\psi^+} + \gamma_\psi \quad (48)$$

$$\gamma_6 = \gamma_\lambda + \gamma_{g_3} + \gamma_m + \gamma_{\psi'^+} + \gamma_\psi \quad (49)$$

$$\gamma_7 = \gamma_\lambda + \gamma_u + 2\gamma_{m'} \quad (50)$$

$$\gamma_8 = \gamma_\lambda + \gamma_u \quad (51)$$

$$\gamma_9 = \gamma_\lambda + \gamma_{g_3} + \gamma_{m'} + \gamma_{\psi^+} + \gamma_\psi \quad (52)$$

Переходя в точку нормировки (31), находим:

$$(2 + \gamma_\tau) F_i = \gamma_i, \quad F_i = \hat{\partial}_{\tilde{\tau}} \bar{\Gamma}_i^R, \quad i = 1 \dots 9, \quad \hat{\partial}_{\tilde{\tau}} = -\partial_{\tilde{\tau}} |_{\tilde{\tau}=1}. \quad (53)$$

Вычитая из (47) (46), получаем $\gamma_\tau = \gamma_4 - \gamma_3$. Подставляя это выражение в (53), имеем:

$$(2 + \gamma_4 - \gamma_3) F_i = \gamma_i. \quad (54)$$

Решаем уравнение относительно γ_i :

$$\gamma_i = \frac{2F_i}{2 + F_4 - F_3}. \quad (55)$$

Функция F_i неудобна тем, что операция K не сводится к простому вычитанию на нулевых импульсах и частотах, как в формуле (36) (мы должны рассчитать функцию $\bar{\Gamma}_i^R$, продифференцировать по τ и лишь затем сесть в точку нормировки). Значительно более удобными являются функции

$$f_i = R\hat{\partial}_\tau\bar{\Gamma}_i, \quad (56)$$

в которых вначале дифференцируются по τ диаграммы базовой теории и совершается переход в точку нормировки, и лишь затем выполняется R операция, для которой теперь можно использовать представление (36).

Для статических моделей [6] и динамической модели А [7] доказано соотношение:

$$f_i - F_i = f_i F_4. \quad (57)$$

Полагая его верным и в нашем случае, подставляем его в (55) и получаем

$$\gamma_i = \frac{2f_i}{1 + f_3}. \quad (58)$$

Используя полученные выражения (58), будут производиться расчеты РГ-функций.

5 Диаграммная техника.

В динамической модели Е строим диаграммы по стандартным правилам Фейнмана. Необходимо задать правила построения, т.е. набор возможных линий и вершин.

5.1 Построение пропагаторов и вершин.

Каждой линии соответствует пропагатор нашей модели.

$$\phi = \{\psi, \psi^+, \psi', \psi'^+\} \quad \tilde{m} = \{m, m'\} \quad (59)$$

$$\phi K \phi = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i\omega + \lambda(k^2 + \tau) \\ 0 & 0 & -i\omega + \lambda(k^2 + \tau) & 0 \\ 0 & i\omega + \lambda(k^2 + \tau) & 0 & 0 \\ i\omega + \lambda(k^2 + \tau) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (60)$$

$$K^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-2\lambda}{|-i\omega + \lambda(k^2 + \tau)|^2} & 0 & \frac{1}{-i\omega + \lambda(k^2 + \tau)} \\ \frac{-2\lambda}{|-i\omega + \lambda(k^2 + \tau)|^2} & 0 & \frac{1}{-i\omega + \lambda(k^2 + \tau)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{-i\omega + \lambda(k^2 + \tau)} & 0 & 0 \\ \frac{1}{-i\omega + \lambda(k^2 + \tau)} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (61)$$

$$\langle \psi(t_1) \psi^+(t_2) \rangle = \langle \psi^+(t_1) \psi(t_2) \rangle = \frac{\exp[-\lambda(k^2 + \tau)|t_1 - t_2|]}{k^2 + \tau} \quad (62)$$

$$\langle \psi(t_1) \psi'^+(t_2) \rangle = \langle \psi^+(t_1) \psi'(t_2) \rangle = \Theta(t_1 - t_2) \exp[-\lambda(k^2 + \tau)(t_1 - t_2)] \quad (63)$$

$$(64)$$

$$\tilde{m} K_m \tilde{m} = \begin{pmatrix} 0 & -i\omega + \lambda k^2 \\ -i\omega + \lambda k^2 & -\lambda k^2 \end{pmatrix} \quad (65)$$

$$K_m^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\lambda k^2}{(-i\omega + \lambda k^2)^2} & -\frac{i\omega - \lambda k^2}{(-i\omega + \lambda k^2)^2} \\ -\frac{i\omega - \lambda k^2}{(-i\omega + \lambda k^2)^2} & 0 \end{pmatrix} \quad (66)$$

$$\langle m(t_1) m'(t_2) \rangle = \Theta(t_1 - t_2) \exp[-\lambda u(k^2)(t_1 - t_2)] \quad (67)$$

$$\langle m(t_1) m(t_2) \rangle = \exp[-\lambda u(k^2)|t_1 - t_2|] \quad (68)$$

$$(69)$$

Так же задается набор возможных вершин с указанием множителей для них. Формально можно разделить вершины на два типа относительно заряда: статические и динамические.

$$\begin{array}{ccc} \psi'^+ \psi^+ \psi \psi, & \frac{-2\lambda g_1}{3} & \psi^+ \psi^+ \psi' \psi, & \frac{-2\lambda g_1}{3} \\ \psi^+ \psi m', & i\lambda g_3(k^2 - q^2) & \psi'^+ \psi m, & -i\lambda g_3 \\ & & \psi^+ \psi' m, & i\lambda g_3 \end{array}$$

5.2 Временные версии и сечения.

Диаграммы в динамике строятся аналогично статическим моделям. Но отличие состоит в наличии зависимости от времени. Простая экспоненциальная зависимость интегралов от времени позволяет их вычислить в явном виде. Соответствующие расчеты проводились с помощью так называемых "временных версий" (см, на пр. [1], [4]).

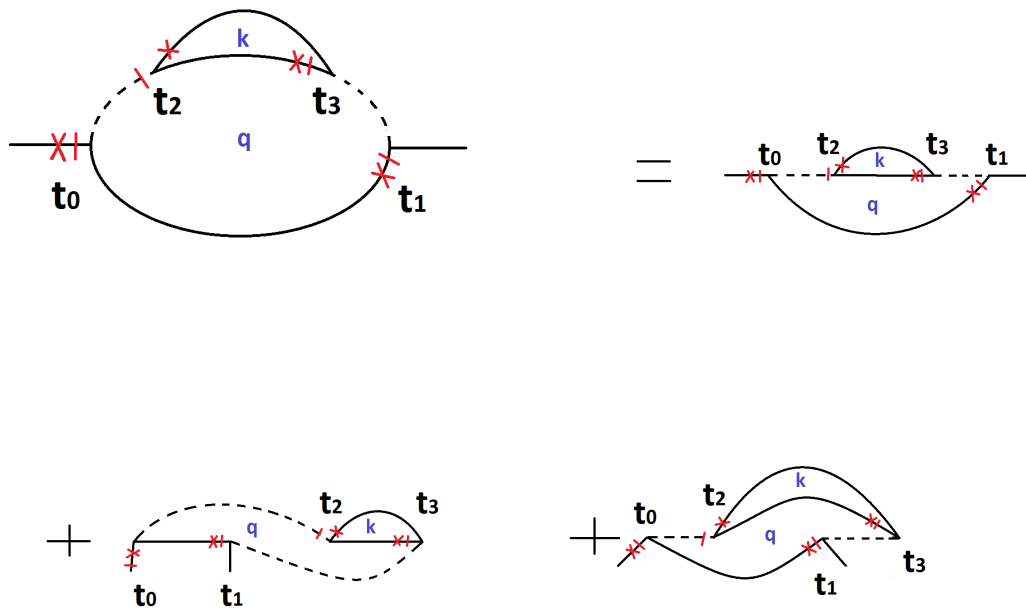
Введем теперь формальные правила, что бы не проделывать каждый раз такого рода операции.

1. Временные версии.

Итак некоторые линии являются запаздывающими. Т.е. важна последовательность вершин. Для каждой диаграммы необходимо написать все возможные последовательности вершин - это и есть набор временных версий рассматриваемой диаграммы.

Пример:

Каждой вершине соответствует свое время t_0, t_1, t_2, t_3 , но нам важно только относительное время на каждой линии. В данном случа у нас появились временные ограничения $t_0 < t_1, t_0 < t_2, t_2 < t_3$. Пишем все возможные последовательности вершин: $t_0 \rightarrow t_2 \rightarrow t_3 \rightarrow t_1, t_0 \rightarrow t_1 \rightarrow t_2 \rightarrow t_3, t_0 \rightarrow t_2 \rightarrow t_1 \rightarrow t_3$. Получили 3 временные версии для данной диаграммы. Проиллюстрируем результат.



2. Сечения.

Сечением будем называть вертикальную линию между двумя вершинами. Пусть каждой линии соответствует своя энергия. Тогда энергия сечения - это суммарная энергия тех линий, которые пересекает наше сечение. В каждой временной версии мы строим свои сечения. И подынтегральное выражение будет выглядеть как произведение обратных энер-

гий каждого сечения.

$$\begin{aligned}
& \int \int d\bar{k}d\bar{q} \int dt_0 dt_1 dt_2 dt_3 \cdots = \\
& = \int \int d\bar{k}d\bar{q} \frac{k^2 - (k - q)^2}{(k^2 + \tau)} \frac{1}{(uq^2 + q^2 + \tau)} \frac{1}{(k^2 + (k - q)^2 + q^2 + 3\tau)} \frac{1}{(uq^2 + q^2 + \tau)} + \\
& + \int \int d\bar{k}d\bar{q} \frac{k^2 - (k - q)^2}{(k^2 + \tau)} \frac{1}{(uq^2 + q^2 + \tau)} \frac{1}{(uq^2 + uq^2)} \frac{1}{(k^2 + (k - q)^2 + 2\tau + uq^2)} + \\
& + \int \int d\bar{k}d\bar{q} \frac{k^2 - (k - q)^2}{(k^2 + \tau)} \frac{1}{(uq^2 + q^2 + \tau)} \frac{1}{(k^2 + (k - q)^2 + q^2 + 3\tau)} \frac{1}{(uq^2 + (k - q)^2 + k^2 + 2\tau)} + \\
& \tag{70}
\end{aligned}$$

6 Результаты

Для упрощения решения системы уравнений (44)-(52), дополнительно использовались 3 соотношения на Z из статики и условия (20), (22). Тем самым для получения результатов, связанных с динамикой, достаточно сосчитать только 3 γ_i из первоначальной системы уравнений. Остальные выражения могут служить проверкой.

В данной работе были сосчитаны γ_2 , γ_3 , γ_7 . Соответствующие γ_λ , γ_{g3} , γ_u выражаются через них соотношениями

$$\gamma_\lambda = \gamma_3 - \gamma_2 \tag{71}$$

$$\gamma_{g3} = -\gamma_\lambda = \gamma_2 - \gamma_3 \tag{72}$$

$$\gamma_u = \gamma_7 - \gamma_\lambda = \gamma_7 - (\gamma_3 - \gamma_2) \tag{73}$$

Для проверки были сосчитаны γ_1, γ_8 и выполнены следующие проверки:

$$\gamma_3 + \gamma_2 - \gamma_1 = 2\gamma_\psi \tag{74}$$

$$\gamma_7 = \gamma_8 \tag{75}$$

Дополнительно для однопетлевого счета:

$$\gamma_2 = \gamma_6 \tag{76}$$

Так же γ_9 содержит в себе только зависимость от статического заряда g_1 . Т.е. можно сосчитать только часть диаграмм и сравнить с уже известным результатом из статики. Еще одной проверкой может служить тот факт, что существует группа диаграмм, непосредственно совпадающих с диаграммами из модели А.

Расчеты проводились параллельно с группой из института экспериментальной физики в Кошице. Результат однопетлевого счета полностью прошел проверки, и совпал с представленными в работе [4] ответами. После получения конечных результатов для двухпетлевого счета было обнаружено, что часть проверок не выполняется. Вероятно это связано с тем, что приведенные в работе [1] соотношения (20), (22), которые были использованы в ходе

расчета, строго доказаны для схемы MS. Как уже отмечалось, в использованной нами схеме они могут модифицироваться за счет конечной ренормировки. Этот вопрос требует дальнейшей более детальной разработки.

Неподвижные точки.

Условия $\beta_{g_1^*} = 0$, $\beta_{g_3^*} = 0$, $\beta_{u^*} = 0$ позволяют определить значения зарядов $\{g_1^*, g_3^*, u^*\}$ в неподвижной точке. Подстановка $\{g_1 = g_1^*, g_3 = g_3^*, u = u^*\}$ превращает уравнение (43) в уравнение Эйлера для однородных функций, а величины $\gamma_\tau^* = \gamma_\tau(g_1^*, g_3^*, u^*)$, $\gamma_\varphi^* = \gamma_\varphi(g_1^*, g_3^*, u^*)$ определяют аномальные размерности соответствующих величин. РГ-функции β и γ находятся, используя теорию возмущений (получая константы ренормировки, через которые можно выразить сами РГ-функции).

После того как найдены фиксированные точки, РГ-функции, стоит проверить точки на устойчивость, исходя из знака ω_f, ω_w . Сами функции ω это собственные числа матрицы:

$$\omega = \begin{pmatrix} \partial_f \beta_f & \partial_f \beta_w \\ \partial_w \beta_f & \partial_w \beta_w \end{pmatrix} \quad (77)$$

Условия $\beta_{g_1^*} = 0$, $\beta_{g_3^*} = 0$, $\beta_{u^*} = 0$ позволяют определить значения зарядов $\{g_1^*, g_3^*, u^*\}$ в неподвижной точке. Как говорилось ранее, в этой модели существует несколько фиксированных точек. Их анализ будем производить перейдя к новым зарядам:

$$f = \frac{g_3^2}{u8\pi^2}, \quad w = \frac{1}{u} \quad (78)$$

Точка связанная с $f^* = 0$ ИК-неустойчива, так как индекс ω_f оказывается отрицательным. Для не нулевых f возможны варианты $w^* = 0$, $w^* = \infty$, $w^* = const$. Точка $w^* = \infty$ всегда неустойчива. Для оставшихся 2-х имеется условие на устойчивость одной из них. Если $n < n_c(d)$ ($n_c(d)$ - граничное значение n), то используем $w^* = const$. Иначе $w^* = 0$.

В данной работе рассматривалась одна из 2-х неподвижных точек $w^* = 1 + \dots$. Были сосчитаны ω_f и ω_w в двух петлевом приближении. Однопетлевое приближение совпадает с результатами, приведенными другими авторами.

Peliti[1978]:

$$\omega_w = 0.25\varepsilon - 0.139\varepsilon^2$$

$$\omega_f = \varepsilon - 0.230\varepsilon$$

Peliti[1979]:

$$\omega_w = 0.25\varepsilon - 0.108\varepsilon^2$$

В двухпетлевом приближении возникли сложности с проверкой (82) и (75).

$$\gamma_\tau = \gamma_8? \quad (79)$$

$$\gamma_\tau = -g_3^2 \left(\frac{\varepsilon - 1}{4u} \right) + 0.03628g_3^4 \quad (80)$$

$$\gamma_8 = -g_3^2 \left(\frac{\varepsilon - 1}{4u} \right) + 0.08314g_3^4 \quad (81)$$

$$\gamma_3 + \gamma_2 - \gamma_1 = 2\gamma_\psi? \quad (82)$$

$$\gamma_3 + \gamma_2 - \gamma_1 = 0.03407g_3^2 - 0.05441g_3^4 + 0.05554g_1^2 \quad (83)$$

$$2\gamma_\psi = 0.05555g_1^2 \quad (84)$$

Тем самым всего трех γ нам недостаточно для получения итоговых результатов.

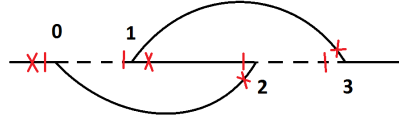
7 Заключение

Основным результатом работы является обобщение метода расчета ренормгрупповых функций без использования констант перенормировки на многозарядный случай динамической модели E и расчет этим методом двухпетлевых диаграмм. Конечной целью была верификация результатов работ [4], [5], противоречащих друг другу (без указания причин), а также создание базы для последующих трехпетлевых расчетов. Проведенный расчет части двухпетлевых диаграмм (125 диаграмм) подтвердил эффективность выбранного метода вычислений, позволяющего производить численный расчет интегралов, не содержащих ультрафиолетовых расходимостей. В то же время выявились и недостатки этого метода, не позволяющего, в отличие от метода минимальных вычитаний, пользоваться известными результатами расчета части ренормгрупповых функций в статической теории. Именно по этой причине произведенного расчета части двухпетлевых диаграмм оказалось недостаточно для получения окончательных результатов. Актуальной задачей является поэтому расчет недостающих двухпетлевых диаграмм, а также автоматизация вычислений с последующим расчетом трехпетлевых диаграмм.

8 Приложение 0. Обозначения.

В данной работе для описания диаграмм используется номенклатура Никеля, построение которой требует пояснений.

1. Нумеруем вершины графа, начиная с 0.
2. Рассматриваем вершины в порядке возрастания. Для каждой выписываем вершины смежные с ней и чей номер больше, чем у рассматриваемой вершины. Если у вершины есть внешний хвост, то ему соответствует 'e'.



$$e12|23|3|e|$$

Динамическая модель E содержит 6 типов полей. Соответственно в условной записи диаграммы через номенклатуру Никеля это тоже должно отображаться. Введем обозначения:

$$\psi \rightarrow p, \quad \psi' \rightarrow P, \quad \psi^+ \rightarrow r, \quad \psi'^+ \rightarrow R, \quad m \rightarrow m, \quad m' \rightarrow M$$

Для приведенной выше картинке полная номенклатура имеет вид:

$$e12|23|3|e| : 0R_mM_pr|rP_pr|mM|0p|$$

Так же для каждой диаграммы необходимо учитывать симметричный коэффициент(SC)и множитель от вершин(V).

9 Приложение 1. 1 петля

9.1 $f_1 = -\partial_\tau \Gamma_{\psi'+\psi'} \frac{1}{2\lambda}$, 1 диаграмма

$$1. e11|e| : 0R_pr_mm|0P \quad SC = 1 \quad V = g_3^2 \lambda^2$$



2 временные версии

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{2g_3^2}{2\lambda} \int_0^\infty dk k^{3-2\varepsilon} \left(-\partial_\tau \frac{\lambda^2 g_3^2}{\lambda(k^2 + \tau) + \lambda u k^2} \frac{1}{k^2 + \tau} \right) = \\ &= g_3^2 \left(\frac{1}{2u + 2} - \frac{\varepsilon}{2(u + 1)} \right) \end{aligned} \quad (85)$$

Result: $f_1 = \sum x_i = g_3^2 \left(\frac{1}{2u+2} - \varepsilon \frac{(2\log(u+1))}{4u^2+4u} \right)$

9.2 $f_2 = -\partial_\tau \partial_{i\omega} \Gamma_{\psi'+\psi}$, 2 диаграммы

1. e11|e|:0R_pR_mm|0p| $SC = 1$ $V = -g_3^2 \lambda^2$



$$\begin{aligned} x_1 &= \int_0^\infty dk k^{3-2\varepsilon} \left(-\partial_\tau \partial_{i\omega} \frac{-\lambda^2 g_3^2}{\lambda(k^2 + \tau) + \lambda u(k+p)^2 - i\omega} \right) = \\ &= -g_3^2 \left(-\varepsilon \frac{((2u+1)\log(u+1) - u)}{2u^2(u+1)^2} + \frac{1}{2(u+1)^2} \right) \end{aligned} \quad (86)$$

2. e11|e|:0R_pr_mM|0p| $SC = 1$ $V = g_3^2 \lambda^2$



$$\begin{aligned} x_2 &= \int_0^\infty dk k^{3-2\varepsilon} \left(-\partial_\tau \partial_{i\omega} \frac{\lambda^2 g_3^2}{\lambda(k^2 + \tau) + \lambda u(k+p)^2 - i\omega} \frac{k^2}{k^2 + \tau} \right) = \\ &= g_3^2 \left(\frac{\varepsilon(\log(u+1) - 1)}{2(u+1)^2} + \frac{1}{2(u+1)^2} \right) \end{aligned} \quad (87)$$

Result: $f_2 = \sum x_i = -\frac{\varepsilon((u+1)\log(u+1)-u)}{2u^2(u+1)}$

9.3 $f_3 = \partial_\tau \partial_p^2 \Gamma_{\psi'+\psi} / (2\lambda)$, 2 диаграммы

1. e11|e|:0R_pR_mm|0p| $SC = 1$ $V = -g_3^2 \lambda^2$



$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{2\lambda} \int_0^\infty dk k^{3-2\varepsilon} \left(\partial_\tau \partial_p^2 \frac{-l^2 g_3^2}{\lambda(k^2 + \tau) + \lambda u(k+p)^2 - i\omega} \right) = \\ &= -g_3^2 \left(\frac{\varepsilon u(1 - \log(u+1))}{(u+1)^3} - \frac{u}{(u+1)^3} \right) \end{aligned} \quad (88)$$

2. e11|e|:0R_pr_mM|0p| $SC = 1$ $V = g_3^2 \lambda^2$

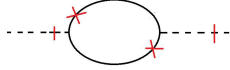


$$\begin{aligned}
x_2 &= \frac{1}{2\lambda} \int_0^\infty dk k^{3-2\varepsilon} \left(\partial_\tau \partial_p^2 \frac{\lambda^2 g_3^2}{\lambda(k^2 + \tau) + \lambda u(k+p)^2 - i\omega} \frac{k^2 - p^2}{k^2 + \tau} \right) = \\
&= g_3^2 \left(\frac{e((u+3)u^2 + (4u+2)\log(u+1))}{2u(u+1)^3} - \frac{u(u+3)+1}{(u+1)^3} \right)
\end{aligned} \tag{89}$$

Result: $f_3 = \sum x_i = g_3^2 \left(\frac{1}{2u+2} - \frac{\varepsilon(2\log(u+1))}{4u^2+4u} \right)$

9.4 $f_7 = -\partial_\tau \partial_p^2 \Gamma_{m'm'}/(2\lambda u)$, 1 диаграмма

1. e11|e|0M_rp_pr|0M| $SC = 1$ $V = g_3^2 \lambda^2 ((k+p)^2 - k^2)$



$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{1}{2\lambda u} \int_0^\infty dk k^{3-2\varepsilon} \left(-\partial_\tau \partial_p^2 \frac{g_3^2 \lambda^2 ((k+p)^2 - k^2)}{\lambda(k^2 + \tau) + \lambda((k+p)^2 + \tau)} \frac{1}{k^2 + \tau} \frac{1}{(k+p)^2 + \tau} \right) = \\
&= -g_3^2 \left(\frac{\varepsilon - 1}{4u} \right)
\end{aligned} \tag{90}$$

Result: $f_7 = \sum x_i = -g_3^2 \left(\frac{\varepsilon-1}{4u} \right)$

10 Приложение 2. 2 петли

10.1 $\Gamma_{\psi'\psi'+}$, 25 диаграмм

e111|e|:

$$1. 111|e|:0P_pr_rp_rp|0R| \quad SC = 1/2 \quad V = 4/9g_1^2 \\ 0.0478(\pm 0.0002)$$

e112|2|e|: (= 0)

$$2. 112|2|e|:0R_pR_rp_pr|mm|0P| \quad SC = 1 \quad V = -\frac{2}{3}g_1g_3^2 \quad 2 + 5 = 0 \\ 3. 112|2|e|:0P_pr_rP_rp|mm|0R| \quad SC = 1 \quad V = -\frac{2}{3}g_1g_3^2 \quad 3 + 4 = 0 \\ 4. e112|2|e|:0P_pR_rp_rp|mm|0R| \quad SC = 1 \quad V = \frac{2}{3}g_1g_3^2 \quad 3 + 4 = 0 \\ 5. e112|2|e|:0R_pr_rP_pr|mm|0P| \quad SC = 1 \quad V = \frac{2}{3}g_1g_3^2 \quad 2 + 5 = 0 \\ 6. e112|2|e|:0P_pr_rp_rp|Mm|0R| \quad SC = 1 \quad V = -\frac{2}{3}g_1g_3^2 \quad 6 + 7 = 0 \\ 7. e112|2|e|:0R_pr_rp_pr|Mm|0P| \quad SC = 1 \quad V = \frac{2}{3}g_1g_3^2 \quad 6 + 7 = 0$$

e12|e3|33|:

$$8. e12|e3|33|:0P_mm_rP|0R_pr|mM_rp| \quad SC = 1 \quad V = -g_3^4(q^2 - k^2) \quad 8 = 11$$

$$1) 1320 \quad -0.00073(\pm 0.00008)$$

$$2) 3120 \quad -0.04616(\pm 0.00005)$$

$$3) 3210 \quad 0.00212(\pm 0.00006)$$

$$4) 3201 \quad 0.00212(\pm 0.00006)$$

$$9. e12|e3|33|:0P_mm_rP|0R_pR|mm_rp| \quad SC = 1 \quad V = g_3^4$$

$$1) 0213 \quad 0.03596(\pm 0.00003)$$

$$2) 0123 \quad 0.00428(\pm 0.00002)$$

$$3) 0132 \quad 0.00428(\pm 0.00002)$$

$$4) 1032 \quad 0.00428(\pm 0.00002)$$

$$5) 1023 \quad 0.00428(\pm 0.00002)$$

$$6) 1302 \quad 0.03596(\pm 0.00004)$$

$$10. e12|e3|33|:0P_rp_mm|0R_mM|Pr_rp| \quad SC = 1 \quad V = -g_3^4(k^2 - (k - q)^2)$$

$$10 = 15 = 16 = 17$$

$$11. e12|e3|33|:0P_mm_rp|0R_pR|Mm_rp| \quad SC = 1 \quad V = g_3^4(k^2 - q^2) \quad 8 = 11$$

$$12. e12|e3|33|:0P_mm_rP|0R_pr|mm_rP| \quad SC = 1 \quad V = -g_3^4 \quad 12 = 14$$

$$1) 0213 \quad 0.03433(\pm 0.00003)$$

$$2) 0231 \quad -0.01137(\pm 0.00002)$$

$$3) 0123 \quad -0.00711(\pm 0.00004)$$

$$4) 1023 \quad -0.00711(\pm 0.00004)$$

$$13. e12|e3|33|:0P_rp_mM|0R_mM|pr_rp| \quad SC = 1 \quad V = g_3^4(k^2 - (k - q)^2)^2$$

$$1) 0123 \quad 0.027956(\pm 0.00005)$$

$$2) 0213 \quad 0.03419(\pm 0.00003)$$

$$3) 0132 \quad 0.027956(\pm 0.00005)$$

- 4) 1023 0.027956(± 0.00005)
5) 1032 0.027956(± 0.00005)
6) 1302 0.03419(± 0.00003)
14. e12|e3|33||:0P_mm_rp|0R_pR|Rp_mm|| $SC = 1$ $V = -g_3^4$ $14 = 12$
15. e12|e3|33||:0P_rp_mm|0R_mM|Rp_pr|| $SC = 1$ $V = g_3^4((k-q)^2 - k^2)$
10 = 15 = 16 = 17
16. e12|e3|33||:0P_rp_mM|0R_mm|pR_rp|| $SC = 1$ $V = g_3^4(k^2 - (k-q)^2)$
16 = 17 = 10 = 15
1) 0231 - 0.00796(± 0.00003)
2) 0213 - 0.01712(± 0.00002)
3) 0123 - 0.01399(± 0.00003)
4) 1023 - 0.01399(± 0.00003)
17. e12|e3|33||:0P_rp_mM|0R_mm|pr_rP|| $SC = 1$ $V = -g_3^4((k-q)^2 - k^2)$
16 = 17 = 10 = 15

e12|23|3|e|:

18. e12|23|3|e|:0P_mm_rp|pr_Rp|Mm|0R| $SC = 1$ $V = g_3^4((k-q)^2 - k^2)$ $18 = 22$
1) 0213 - 0.03754(± 0.00005)
2) 2013 - 0.03902(± 0.00006)
3) 0123 - 0.03046(± 0.00005)
4) 1023 - 0.03901(± 0.00009)
5) 2103 - 0.03617(± 0.00005)
6) 1230 - 0.03617(± 0.00005)
7) 2130 - 0.04328(± 0.00004)
8) 1203 0.00575(± 0.00001)
19. e12|23|3|e|:0P_mm_rp|Pr_rp|Mm|0R| $SC = 1$ $V = -g_3^4((k-q)^2 - k^2)$ $19 = 23$
1) 0123 - 0.00634(± 0.00005)
2) 1023 0.01589(± 0.00002)
3) 1203 - 0.02414(± 0.00002)
4) 1230 0.01781(± 0.00005)
20. e12|23|3|e|:0P_mm_rP|Pr_rp|mm|0R| $SC = 1$ $V = -g_3^3$ $20 = 24$
1) 0213 0.00779(± 0.00002)
2) 0231 0.02226(± 0.00004)
3) 0321 0.02842(± 0.00003)
4) 3021 0.04050(± 0.00004)
21. e12|23|3|e|:0P_mM_rp|pr_rp|Mm|0R| $SC = 1$ $V = -g_3^4((k-q)^2 - k^2)(q^2 - (k-q)^2)$
1) 1023 0.01709(± 0.00002)
2) 1203 0.01839(± 0.00002)
3) 2103 0.01839(± 0.00002)
4) 1230 0.01709(± 0.00002)

- 5) 2130 0.01839(± 0.00002)
6) 2310 0.01839(± 0.00002)
22. e12|23|3|e|:0P_mM_rP|pr_rp|mm|0R| $SC = 1$ $V = -g_3^4(k^2 - (k - q)^2)$ 18 = 22
23. e12|23|3|e|:0P_mM_rp|pR_rp|mm|0R| $SC = 1$ $V = g_3^4(k^2 - (k - q)^2)$ 19 = 23
24. e12|23|3|e|:0P_mm_rp|pR_Rp|mm|0R| $SC = 1$ $V = -g_3^3$ 20 = 24
25. e12|23|3|e|:0P_mm_rP|pr_Rp|mm|0R| $SC = 1$ $V = g_3^4$
1) 2013 0.03375(± 0.00003)
2) 2103 0.02693(± 0.00003)
3) 1203 0.02693(± 0.00003)
4) 1320 0.03375(± 0.00003)
5) 1230 0.02693(± 0.00003)
6) 2130 0.02693(± 0.00003)

Result: $\frac{1}{2}(0.04787(\pm 0.00005)g_1^2 + 0.00751(\pm 0.00007)(g_3^4)$

10.2 $\Gamma_{\psi\psi'}$ = $-\frac{1}{2}\partial_p^2\Gamma_{\psi\psi'}$, 34 диаграммы

e111|e|:

1. e111|e|:0R_pr_pr_rP|0p| $SC = 1/2$ $V = \frac{4}{9}g_1^2$ 1 = 2
1) $-0.01852(\pm 0.00008)$
2. e111|e|:0R_pR_pr_rp|0p| $SC = 1$ $V = \frac{4}{9}g_1^2$ 1 = 2
1) $-0.03704(\pm 0.00008)$

e112|2|e|:

3. e112|2|e|:0R_pr_rP_pr|mM|0p| $SC = 1$ $V = -g_1g_3^2q^2$ 3 + 9 = 0
4. e112|2|e|:0p_Pr_rp_rp|Mm|0R| $SC = 1$ $V = g_1g_3^2(k^2 - (k - q)^2)$ 11 + 4 = 0
5. e112|2|e|:0p_pR_rp_Rp|mm|0R| $SC = 1$ $V = -g_1g_3^2q^2$ 5 + 7 = 0
6. e112|2|e|:0p_pr_rp_Rp|Mm|0R| $SC = 1$ $V = g_1g_3^2((k - q)^2 - k^2)$ 6 = 0
7. e112|2|e|:0p_pr_rP_Rp|mm|0R| $SC = 1$ $V = g_1g_3^2$ 5 + 7 = 0
8. e112|2|e|:0R_pr_rp_pR|Mm|0p| $SC = 1$ $V = g_1g_3^2((k - q)^2 - k^2)$ 8 = 0
9. e112|2|e|:0R_pR_rp_pr|mM|0p| $SC = 1$ $V = g_1g_3^2q^2$ 9 + 3 = 0
10. e112|2|e|:0R_pr_rP_pR|mm|0p| $SC = 1$ $V = g_1g_3^2$ 10 + 12 = 0
11. e112|2|e|:0p_Rp_pr_rp|Mm|0R| $SC = 1$ $V = g_1g_3^2((k - q)^2 - k^2)$ 11 + 4 = 0
12. e112|2|e|:0R_pR_rp_pR|mm|0p| $SC = 1$ $V = g_1g_3^2$ 10 + 12 = 0

e12|e3|33|:

13. e12|e3|33|:0R_pR_mm|0p_mM|Pr_rp|| $SC = 1$ $V = l^4g_3^4((k - q)^2 - k^2)$
 $-0.01353(\pm 0.00003)$
14. e12|e3|33|:0R_pr_mM|0p_Mm|pR_rp|| $SC = 1$ $V = l^4g_3^4((q + p)^2 - p^2)(k^2 - (k - q)^2)$
0.0251(± 0.0001)

15. $e_{12}|e_3|33||:0R_mM_pR|0p_rp|mM_pr||$ $SC = 1$ $V = l^4 g^3^4 (k^2 - q^2)(q^2 - p^2)$
 1) 0231 0.00322(± 0.00007)
 2) 0213 0.1137(± 0.0002)
 3) 0123 - 0.0071(± 0.00001)
16. $e_{12}|e_3|33||:0R_mM_pR|0p_rP|mm_pr||$ $SC = 1$ $V = l^4 g^3^4 (q^2 - p^2)$
 1) 0213 - 0.09222(± 0.00009)
 2) 0123 - 0.00892(± 0.00004)
 3) 0132 (= 16.2)
17. $e_{12}|e_3|33||:0R_pR_mM|0p_mM|pr_rp||$ $SC = 1$ $V = l^4 g^3^4 (k^2 - (k - q)^2)^2 (-1)$
 1) 0123 0.02781(± 0.00003)
 2) 0213 0.01955(± 0.00002)
 3) 0132 0.02781(± 0.00003)
18. $e_{12}|e_3|33||:0R_pR_mM|0p_mm|pr_rP||$ $SC = 1$ $V = l^4 g^3^4 (k^2 - (k - q)^2)$
 1) 0231 - 0.00921(± 0.00003)
 2) 0123 - 0.01389(± 0.00004)
 3) 0213 - 0.00978(± 0.00002)
19. $e_{12}|e_3|33||:0R_mM_pr|0p_rP|Pr_mm||$ $SC = 1$ $V = -l^4 g^3^4 (q^2 - p^2)$
 0.01884(± 0.00009) 20. $e_{12}|e_3|33||:0R_pr_mM|0p_Mm|pr_rP||$ $SC = 1$ $V = -l^4 g^3^4 ((q + p)^2 - p^2)(k^2 - (k - q)^2)$
 0.02506(± 0.00002)
21. $e_{12}|e_3|33||:0R_mM_pr|0p_rP|Mm_pr||$ $SC = 1$ $V = -k^4 g^3^4 (q^2 - p^2)(q^2 - k^2)$
 -0.00707(± 0.00009)
22. $e_{12}|e_3|33||:0R_mm_pR|0p_Rp|mm_pR||$ $SC = 1$ $V = l^4 g^3^4$
 0.004022(± 0.000005)
23. $e_{12}|e_3|33||:0R_mm_pR|0p_Rp|mM_pr||$ $SC = 1$ $V = -l^4 g^3^4 (k^2 - q^2)$
 -0.01954(± 0.00002)
24. $e_{12}|e_3|33||:0R_pR_mM|0p_mm|pR_rp||$ $SC = 1$ $V = -l^4 g^3^4 (k^2 - (k - q)^2)$
 1) 0231 - 0.009214(± 0.000009)
 2) 0123 - 0.01353(± 0.00003)
 3) 0213 - 0.00979(± 0.00001)
25. $e_{12}|e_3|33||:0R_mM_pR|0p_rp|mm_pR||$ $SC = 1$ $V = -l^4 g^3^4 (q^2 - p^2)$
 1) 0231 0.02226(± 0.00007)
 2) 0213 - 0.08183(± 0.00008)
 3) 0123 0.01883(± 0.00006)
26. $e_{12}|e_3|33||:0R_pR_mm|0p_mM|Rp_pr||$ $SC = 1$ $V = -l^4 g^3^4 ((k - q)^2 - k^2)$
 -0.01388(± 0.00004)

$e_{12}|23|3|e|:$

27. $e_{12}|23|3|e|:0R_mM_pR|rp_pr|mM|0p|$ $SC = 1$ $V = l^4 g^3^4 ((k - q)^2 - q^2)(q^2 - p^2)$
 1) 0123 0.06441(± 0.00006)

- 2) 0231 0.00337(± 0.00007)
3) 0213 0.07321(± 0.00007)
28. e12|23|3|e|:0R_mM_pr|rP_pR|mm|0p| $SC = 1$ $V = l^4 g^3^4((k - q)^2 - q^2)$
1) 0123 - 0.02011(± 0.00004)
2) 01320.01808(± 0.00004)
29. e12|23|3|e|:0R_mm_pR|rp_Pr|mM|0p| $SC = 1$ $V = l^4 g^3^4(q^2 - p^2)$
-0.09514(± 0.00009)
30. e12|23|3|e|:0R_mM_pR|rp_pR|mm|0p| $SC = 1$ $V = -l^4 g^3^4((k - q)^2 - q^2)$
1) 0213 0.01753(± 0.00002)
2) 0123 0.01209(± 0.00001)
3) 0132 0.01167(± 0.00001)
31. e12|23|3|e|:0R_mM_pr|rp_pR|Mm|0p| $SC = 1$ $V = l^4 g^3^4((k - q)^2 - q^2)((k + p)^2 - (k - q)^2)$
-0.01601(± 0.00009)
32. e12|23|3|e|:0R_mM_pr|rP_pr|mM|0p| $SC = 1$ $V = -l^4 g^3^4((k - q)^2 - q^2)(q^2 - p^2)$
0.02125(± 0.00008)
33. e12|23|3|e|:0R_mm_pR|Rp_pr|mM|0p| $SC = 1$ $V = -l^4 g^3^4(q^2 - p^2)$
1) 0213 - 0.00066(± 0.00004)
2) 0231 0.09177(± 0.00009)
34. e12|23|3|e|:0R_mm_pR|Rp_pR|mm|0p| $SC = 1$ $V = l^4 g^3^4$
-0.01848(± 0.00002)

Result: $-\frac{1}{2}(-0.05548(\pm 0.00004)g_1^2 + 0.1508(\pm 0.0004)g_3^4)$

10.3 $\Gamma_{mm'} = -\frac{1}{2}\partial_p^2 \Gamma_{mm'}$, 10 диаграмм

e12|23|3|e|:

1. e12|23|3|e|:0M_pr_rP|mm_Pr|rp|0M| $SC = 1$ $1 = 4$
1) 3021 0.00856(± 0.00001)
2) 3012 0.00856(± 0.00001)
3) 0321 0.00856(± 0.00001)
4) 0312 0.00856(± 0.00001)
5) 3102 0.01884(± 0.00002)
6) 0231 0.01884(± 0.00002)
2. e12|23|3|e|:0M_pR_rP|mm_pr|rp|0M| $SC = 2$
1) 0132 0.01884(± 0.00002)
2) 0231 0.01884(± 0.00002)
3) 0312 0.00856(± 0.00002)
4) 0321 0.00856(± 0.00002)
5) 3012 - 0.02787($\pm 6.6753159110^{-5}$)
6) 3021 - 0.02787($\pm 6.6753159110^{-5}$)

- 7) 0123 $- 0.01931(\pm 4.473447410^{-5})$
8) 0213 $- 0.01931(\pm 4.473447410^{-5})$
3. e12|23|3|e|:0M_pr_rP|Mm_pr|rp|0M| $SC = 2$ $3 = 5$
1) 0213 $- 0.029321(\pm 0.000007)$
2) 0231 0
3) 0321 0
4) 3021 $- 0.029321(\pm 0.000008)$
4. e12|23|3|e|:0M_pR_rp|mm_pr|Rp|0M| $SC = 1$ $1 = 4$
5. e12|23|3|e|:0M_pR_rp|mM_pr|rp|0M| $SC = 2$ $3 = 5$

e12|e3|33|:

6. e12|e3|33|:0M_pr_rP|0M_pR|mm_rp|| $SC = 2$
1) 1032 $- 0.041912(\pm 0.00007)$
2) 1023 $- 0.041912(\pm 0.00007)$
3) 0132 $- 0.041912(\pm 0.00007)$
4) 0123 $- 0.041912(\pm 0.00007)$
5) 1302 $0.071917(\pm 0.00007)$
6) 0213 $0.071917(\pm 0.00007)$
7. e12|e3|33|:0M_pr_rP|0M_pr|mm_rP|| $SC = 2$ $7 = 9$
1) 0123 $0.04765(\pm 0.00001)$
2) 1023 $0.04765(\pm 0.00001)$
3) 0231 $0.04765(\pm 0.00001)$
4) 0213 $- 0.119092(\pm 0.000005)$
8. e12|e3|33|:0M_pr_rP|0M_pr|mM_rp|| $SC = 2$ $8 = 10$
1) 0123 $0.07059(\pm 0.00008)$
2) 1023 $0.07059(\pm 0.00008)$
3) 0231 $0.07059(\pm 0.00008)$
4) 0213 $- 0.14265(\pm 0.00007)$
9. e12|e3|33|:0M_pr_rp|0M_pR|Rp_mm|| $SC = 2$ $7 = 9$
10. e12|e3|33|:0M_pr_rp|0M_pR|Mm_rp|| $SC = 2$ $8 = 10$

Result: $\frac{1}{4}(0.14513(\pm 0.00004))g_3^4$

Список литературы

- [1] Васильев А.Н. Квантовополовая ренормгруппа в теории критического поведения и стохастической динамике. – Издательство ПИЯФ, Санкт-Петербург, 1998.
- [2] Аджемян Л.Ц., Компаниец М.В. Ренормгруппа и ε разложение: представление β -функций и аномальных размерностей несингулярными интегралами.– ТМФ 2011, Т.169. С.100.
- [3] P.C. Hohenberg, Bb.I. Halperin, Theory of dynamic critical phenomena– Rew. of Modern Phys. V. 49, N 3, P. 436, 1977
- [4] C.De. Dominicis, L. Peliti. Field-theory renormalization and critical dynamics above T_c : Helium, antiferromagnets, and liquid-gas system. – Physical Review B., V.18, P.353, 1978
- [5] L.Peliti , Renormalization Group Calculations for Critical and Tricritical Dynamics Applied to Helium. Lecture Notes in Physics, P.189, april 1979
- [6] Аджемян Л.Ц., Компаниец М.В., Новиков С.В., Сазонов В.К. Представление β - функций и аномальных размерностей несингулярными интегралами: доказательство основного соотношения.– ТМФ 2013, Т.175. С.325.
- [7] Аджемян Л.Ц., Воробьева С.Е., Компаниец М.В. Представление несингулярными интегралами β -функции и аномальных размерностей в моделях критической динамики. – ТМФ, принято к печати.