

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ



4-ПЕТЛЕВОЙ РАСЧЁТ
РЕНОРМГРУППОВЫХ ФУНКЦИЙ
МОДЕЛИ φ^3 МЕТОДОМ SECTOR
DECOMPOSITION

Магистерская диссертация студента

_____ Довженко Глеба Денисовича

Научный руководитель:

_____ д.ф.-м.н., проф. Л.Ц. Аджемян

Рецензент:

_____ к.ф.-м.н. Ю.В. Кириенко

Санкт-Петербург

2014

Содержание

1	Аннотация	4
2	Введение	5
2.1	Модель, основные понятия	5
2.2	Операция R'	7
2.3	Константы ренормировки, критические индексы	7
3	Постановка задачи	9
4	Вычисление диаграмм	10
4.1	Построение фейнмановского представления	10
	Фейнмановское представление диаграмм на нулевых внешних импульсах.	10
	Построение $\det v$	11
	Фейнмановское представление $\sim p^2$ частей двухвосток.	12
	Построение C	12
4.2	Операция Sector Decomposition	13
	Стратегия выбора секторов.	14
	Полюса по ϵ в секторах.	17
4.3	Регуляризация секторов	20
4.4	Учёт симметрично эквивалентных секторов	21
5	Описание реализации	23
5.1	Структура	23
5.2	Внутренние проверки	23
5.3	Производительность	24
6	Результаты	25
6.1	Результат данной работы	25
6.2	Сравнение с теоретическим результатом	25
6.3	Сравнение с численным счётом	26
6.4	Обсуждение результатов, заключение	26
	Список литературы	28
A	Приложение: номенклатура Никеля	29
A.1	Построение номенклатуры	29
A.2	Раскрашенные графы и цветная номенклатура Никеля	30
B	Приложение: результаты вычисления диаграмм	31
B.1	Вклады в Z_1	31
	2 петли.	31

3 петли.	31
4 петли.	32
В.2 Вклады в Z_3	36
2 петли.	36
3 петли.	36
4 петли.	38

1 Аннотация

Приближённые вычисления ренормгрупповых функций в виде рядов теории возмущений в модели φ^3 чрезвычайно ресурсоёмки: интегрированием диаграмм по Монте-Карло (МК) на данный момент удалось получить лишь четвертый член ряда (4-х петлевое приближение).

В данной работе для улучшения сходимости численного интегрирования была использована техника Sector Decomposition, которая разбивает область интегрирования диаграммы на сектора, в каждом из которых МК-интегрирование сходится значительно быстрее, чем если интегрировать диаграмму целиком. Основная трудность, которую надо преодолеть при использовании техники Sector Decomposition, — это большое количество секторов, которых в 4-х петлевом приближении может быть до полутора тысяч. Однако, используя информацию о симметрии диаграммы (а, следовательно, и соответствующего подынтегрального выражения), часто удаётся привести подобные слагаемые и уменьшить количество секторов, в наиболее удачных случаях до 15 раз.

В рамках квалификационной работы на соискание степени магистра был разработан программный пакет PoleExtractor, автоматизирующий процесс вычисления констант ренормировки Z моделей φ^3 , φ^4 в схеме минимальных вычитаний и размерной регуляризации. В пакете реализованы: построение диаграмм соответствующих моделей и их фейнмановского представления, техника Sector Decomposition, приведение симметрично подобных секторов, выделение полюсов в диаграммах, интегрирование по Монте-Карло и R' -операция. Основным отличием PoleExtractor от других аналогичных программ является активное использование симметрий диаграмм.

С помощью PoleExtractor удалось получить 4-петлевое приближение констант Z и критических индексов модели φ^3 на пользовательском ПК с 4-ядерным процессором, то есть подтвердить наилучший из имеющихся на данный момент результатов.

2 Введение

2.1 Модель, основные понятия

В данной работе рассматривается модель φ^3 . Действие в этой модели является функционалом поля $\varphi(x)$:

$$S_0(\varphi) = - \int dx \left(\frac{\partial_i \varphi(x) \partial_i \varphi(x)}{2} + \frac{\tau_0 \varphi^2(x)}{2} + \frac{g_0 \varphi^3(x)}{3!} \right), \quad (1)$$

где $\partial_i = \partial/\partial x_i$, и по индексу i подразумевается свёртка. Параметры τ_0 и g_0 — критическая температура и константа связи соответственно. Статсумма \mathcal{Z} и средние в данной модели вычисляются с помощью фейнмановского интеграла по траекториям:

$$\mathcal{Z} = \int D\varphi \exp \{S_0(\varphi)\}, \quad (2)$$

$$\langle F(\varphi) \rangle = \mathcal{Z}^{-1} \cdot \int D\varphi F(\varphi) \cdot \exp \{S_0(\varphi)\}. \quad (3)$$

Модель φ^3 рассматривается в различных размерностях пространства (т.е. x), обозначаемых d . При этом, поскольку в показателе экспоненты всегда должна стоять безразмерная величина, размерность параметров модели τ_0 , g_0 и самого поля φ меняются в зависимости от выбранной размерности d . Приведём зависимости размерностей величин (обозначение: размерность величины F — это d_F или $d[F]$) входящих в действие S_0 от d :

$$d[x] = 1, \quad (4)$$

$$d[p] = d[\partial_i] = -1, \quad (5)$$

$$d[\varphi] = d/2 - 1, \quad (6)$$

$$d[\tau_0] = 2, \quad (7)$$

$$d[g_0] = 3 - d/2. \quad (8)$$

В моделях типа φ^3 функции Грина

$$G_n(x_1, \dots, x_n) = \langle \varphi(x_1) \cdots \varphi(x_n) \rangle \quad (9)$$

вычисляются в виде рядов теории возмущений по константе связи g_0 , поэтому удобно выбирать размерность d такую, чтобы $d[g_0] = 0$. Такая размерность называется логарифмической и обозначается d_* . Как очевидно следует из (8), $d_* = 6$.

Однако, поскольку размерность пространства в каждой задаче известна заранее и не может быть изменена ради удобства вычислений, вводится формальный малый параметр ϵ , все вычисления производятся в переменной размерности пространства $d = 6 - 2\epsilon$, а искомые величины представляются в виде рядов по ϵ .

В логарифмической размерности коэффициенты рядов теории возмущений для функций Грина бесконечны, т.к. диаграммы Фейнмана, которыми они представляются, расходятся. Согласно утверждениям теории ренормировки (см. [10]), устранить расходимости в функциях G_n можно выполнив мультипликативные преобразования затравочных параметров

действия $S_0(\tau_0, g_0)$ и поля φ :

$$\varphi(x) = Z_\varphi \varphi^R(x), \quad g_0 = g\mu^\epsilon Z_g, \quad \tau_0 = \tau Z_\tau, \quad (10)$$

где $Z_i, i \in \{\varphi, g, \tau\}$ — константы ренормировки, представляемые в виде рядов по константе связи g_0 . Подставив затравочные параметры (10) в исходное действие S_0 , получаем действие ренормированное

$$S_R = S_0(Z_\varphi \varphi(x), g\mu^\epsilon Z_g, \tau Z_\tau). \quad (11)$$

Функции Грина посчитанные с ренормированным действием S_R

$$G_{nR}(x_1, \dots, x_n) = \frac{\int \mathcal{D}\varphi \varphi(x_1) \cdots \varphi(x_n) \cdot \exp\{S_R(\varphi)\}}{\int \mathcal{D}\varphi \exp\{S_R(\varphi)\}} \quad (12)$$

будут конечны.

Константы ренормировки Z_i можно представить как сумму базовой части и контрчлена. Базовая часть — нулевой порядок разложения по g_0 — всегда равна 1, контрчлен константы Z_i будем записывать как δZ_i . Ренормированное действие, таким образом, можно разбить на базовое S_B и контрчлены δS

$$S_R = S_B + \delta S, \quad (13)$$

$$S_B(\varphi) = - \left(\frac{(\partial\varphi)^2}{2} + \frac{\tau\varphi^2}{2} + \frac{g\mu^\epsilon \varphi^3}{3!} \right), \quad (14)$$

$$\delta S(\varphi) = - \left(\delta Z_2 \frac{(\partial\varphi)^2}{2} + (\delta Z_1 \tau + \delta\tau) \frac{\varphi^2}{2} + g\mu^\epsilon \delta Z_3 \frac{\varphi^3}{3!} \right), \quad (15)$$

где

$$Z_1 = Z_\tau \cdot (Z_\varphi)^2, \quad Z_2 = (Z_\varphi)^2, \quad Z_3 = Z_g \cdot (Z_\varphi)^3, \quad (16)$$

$$\delta Z_i = Z_i - 1, \quad i \in \{1, 2, 3, \varphi, \tau, g\}. \quad (17)$$

Согласно утверждениям теории ренормировки, добавку контрчленов (15) к базовому действию (14) можно заменить действием на диаграммы базовой теории с действием (14) поддиаграммной R -операции, где ренормированные величины записываются в виде

$$\Gamma_n^R = (1 - K)R'\Gamma_n. \quad (18)$$

R' — операция, устраняющая расходимости в подграфах диаграмм, а $(1 - K)$ устраняет поверхностную расходимость. Однозначность операции K фиксируется выбором схемы вычитаний. В данной работе была выбрана схема минимальных вычитаний MS, где все константы Z имеют вид

$$Z = Z(g, \epsilon) = 1 + \sum_{n \geq 1} g^n \sum_{k < 0} c_{nk} \epsilon^k. \quad (19)$$

2.2 Операция R'

R' -операция устраняет в диаграммах все расходимости, связанные с существенными подграфами, и определяется через L -операцию:

$$L[\text{граф}] = \text{контрчлен данного графа}, \quad (20)$$

$$L[1\text{-приводимый граф}] = 0. \quad (21)$$

Тогда по определению

$$R' = 1 - \sum_{\gamma} L_{\gamma} + \sum_{\gamma \cap \gamma' = \emptyset} L_{\gamma} L_{\gamma'} - \dots \quad (22)$$

Для задания L необходимо указать множество существенных диаграмм γ и правило построения L_{γ} для каждой из них.

Существенными в данной теории будут 1-неприводимые 2-, 3-хвостки. Введя обозначение

$$\text{---} \left(\text{---} \bigcirc G \text{---} \right) \text{---} \equiv KR'G, \quad (23)$$

выпишем правила построения L_{γ} .

Для 3-хвостых G_2 , расходящихся логарифмически:

$$L_{G_2} = \left(\text{---} \bigcirc G_1 \text{---} \right) \text{---} \left(\text{---} \bigcirc G_2 \text{---} \right) \text{---} = \left(\text{---} \bigcirc G_2 \text{---} \right) \times \left(\text{---} \bigcirc G_1 \text{---} \right) \text{---}, \quad (24)$$

$$L_{G_2} = \left(\text{---} \bigcirc G_1 \text{---} \right) \text{---} \left(\text{---} \bigcirc G_2 \text{---} \right) \text{---} = \left(\text{---} \bigcirc G_2 \text{---} \right) \times \left(\text{---} \bigcirc G_1 \text{---} \right) \text{---}. \quad (25)$$

Для 2-хвостых G_2 , расходящихся квадратично:

$$L_{G_2} = \left(\text{---} \bigcirc G_1 \text{---} \right) \text{---} \left(\text{---} \bigcirc G_2 \text{---} \right) \text{---} = \left(\text{---} \bigcirc \tilde{G}_2 \text{---} \right) \times \left(\text{---} \bigcirc G_1 \text{---} \right) \text{---} + \left(\text{---} \bigcirc \hat{G}_2 \text{---} \right) \text{---} \left(\text{---} \bigcirc \tilde{G}_2 \text{---} \right) \text{---} \times \left(\text{---} \bigcirc G_1 \text{---} \right) \text{---}, \quad (26)$$

где

$$\text{Расх. часть } \{G_2\} = \hat{G}_2 + p^2 \cdot \tilde{G}_2, \quad \hat{G}_2 = G_2|_{p=0}, \quad \tilde{G}_2 = \partial_{p^2} G_2|_{|p| \rightarrow \infty}. \quad (27)$$

2.3 Константы ренормировки, критические индексы

Константы ренормировки выражаются через функции Грина Γ следующим образом:

$$Z_1 = 1 + KR'\tilde{\Gamma}_2, \quad Z_2 = 1 + KR'\hat{\Gamma}_2, \quad Z_3 = 1 - KR'\Gamma_3. \quad (28)$$

Поскольку Z_i имеют вид

$$Z_i = 1 + \frac{f_{-1}^{(i)}(u)}{\epsilon} + \dots, \quad i \in \{1, 2, 3, \varphi, \tau, g\}, \quad (29)$$

где u — естественный для теории заряд

$$u = \frac{g^2}{64\pi^3}. \quad (30)$$

РГ-функции γ_i представляются как

$$\gamma_i = \tilde{\mathcal{D}}_\mu \ln Z_i = -2\mathcal{D}_u f_{-1}^{(i)}(u), \quad i \in \{1, 2, 3, \varphi, \tau, g\}. \quad (31)$$

Чтобы найти асимптотическое решение РГ-уравнения

$$[\mathcal{D}_\mu + \beta_u \partial_u - \gamma_\tau \partial_\tau - n\gamma_\varphi] \Gamma_n^R = 0, \quad (32)$$

$$\gamma_i = \tilde{\mathcal{D}}_\mu \ln Z_i, \quad \beta_u = \tilde{\mathcal{D}}_\mu u = -2\epsilon u - 2u\gamma_g, \quad (33)$$

ищем неподвижную точку u_* : $\beta_u(u_*) = 0$ в виде полинома по ϵ

$$u_* = A_1\epsilon + A_2\epsilon^2 + A_3\epsilon^3 + A_4\epsilon^4 + \dots \quad (34)$$

и подставляем в функции γ_i

$$\eta = 2\gamma_\varphi(u_*), \quad \frac{1}{\nu} = 2 + \gamma_\tau(u_*). \quad (35)$$

Остальные индексы можно найти из соотношений

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta + \gamma = 2 \\ \beta \cdot \delta = \beta + \gamma \\ d \cdot \nu = 2 - \alpha \\ \gamma = \nu \cdot (2 - \eta). \end{cases} \quad (36)$$

Во избежание путаницы специально укажем, что в (36) величина γ — это критический индекс, а не одна из РГ-функций γ_i , $i \in \{1, 2, 3, \varphi, \tau, g\}$.

3 Постановка задачи

Задача: сосчитать константы ренормировки Z и критические индексы модели φ^3 в 4-петлевом приближении.

Для решения задачи необходимо:

- Построить все нужные диаграммы (в том числе для контрчленов R' -операции);
- Построить фейнмановское представление для всех трёххвосток на нулевых импульсах, и $\sim p^2$ части для двуххвосток;
- Построить сектора, выполнить Sector Decomposition, регуляризовать ответы;
- Выполнить численное интегрирование;
- Выполнить ренормировку диаграмм с помощью R -операции;
- Сосчитать константы ренормировки и найти асимптотический показатель Γ -функции γ_φ (критический индекс η) в 4-петлевом приближении.

4 Вычисление диаграмм

4.1 Построение фейнмановского представления

Фейнмановское представление диаграмм на нулевых внешних импульсах. Для однопетлевых диаграмм нет смысла строить фейнмановское представление: их можно считать по формуле (3.74) из [10]:

$$(2\pi)^{-d} \int \frac{dk}{[k^2 + \tau]^\alpha} = \frac{(4\pi)^{-d/2} \|\alpha - dl/2\|}{\|\alpha\| \cdot \tau^{\alpha-dl/2}}. \quad (37)$$

Для двух- и более петлевых диаграмм на нулевых импульсах фейнмановское представление строится из импульсного последовательным применением формул (3.82), (3.78) из [10]. Приведём их:

$$A_1^{-\lambda_1} \dots A_n^{-\lambda_n} = \frac{\|\lambda_1 + \dots + \lambda_n\|}{\|\lambda_1\| \dots \|\lambda_n\|} \int_0^1 du_1 \dots du_n \frac{\delta(u_1 + \dots + u_n - 1) u_1^{\lambda_1-1} \dots u_n^{\lambda_n-1}}{[A_1 u_1 + \dots + A_n u_n]^{\lambda_1 + \dots + \lambda_n}}, \quad (38)$$

$$(2\pi)^{-dl} \cdot \int \frac{dk_1 \dots dk_l}{[v_{is} k_i k_s + 2a_i k_i + c]^\alpha} = \frac{(4\pi)^{-dl/2} \|\alpha - dl/2\| (\det v)^{-d/2}}{\|\alpha\| [c - (v^{-1})_{is} a_i a_s]^{\alpha-dl/2}}, \quad (39)$$

где A_1, \dots, A_n — вспомогательные параметры, k_i — d -мерные импульсы, $k_i k_s$ — скалярное произведение k_i на k_s , а по повторяющимся индексам подразумевается свёртка.

Диаграмма γ в импульсном представлении имеет вид

$$\gamma = u^l \cdot \frac{\|d/2\|^l}{2^l (4\pi)^{-dl/2}} \int \frac{dk_1 \dots dk_l}{(2\pi)^{dl}} (\Delta_1)^{\lambda_1} \dots (\Delta_n)^{\lambda_n}, \quad (40)$$

где Δ_i — свободный пропагатор от некоторой суммы внутренних импульсов, помеченной индексом i , равный

$$\Delta(p) = \frac{1}{\tau + p^2}, \quad (41)$$

а λ_i — количество вхождений пропагаторов (рёбер) с этой протекающей суммой внутренних импульсов в диаграмму. Т.е. например, диаграмма $e12|23|4|e5|e6|66||$ (см. рисунок 1, по поводу номенклатуры — см. приложение А)

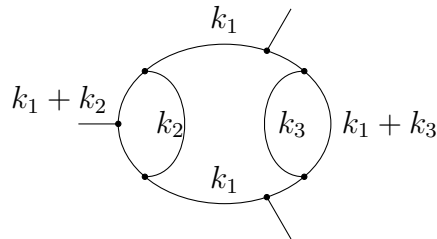


Рис. 1: Диаграмма $e12|23|4|e5|e6|66||$ с выбранным протеканием импульсов.

в импульсном представлении выглядит как

$$\gamma_{e12|23|4|e5|e6|66||} = u^3 \cdot \frac{\|d/2\|^3}{2^3 (4\pi)^{-3d/2}} \int \frac{dk_1 dk_2 dk_3}{(2\pi)^{3d}} \Delta^4(k_1) \cdot \Delta^2(k_1 + k_2) \cdot \Delta(k_2) \cdot \Delta(k_1 + k_3) \cdot \Delta(k_3). \quad (42)$$

После применения к (40) формул (38, 39) получаем фейнмановское представление

$$\gamma = u^l \cdot \frac{||\lambda_1 + \dots + \lambda_n - dl/2|| |d/2|^l}{||\lambda_1|| \dots ||\lambda_n|| \cdot 2^l \cdot \tau^{\lambda_1 + \dots + \lambda_n - dl/2}} \times \underbrace{\int_0^1 du_1 \dots du_n \frac{(u_1)^{\lambda_1-1} \dots (u_n)^{\lambda_n-1} \cdot \delta(u_1 + \dots + u_n - 1)}{(\det v)^{d/2}}}_{\mathcal{J}}, \quad (43)$$

где интеграл

$$\mathcal{J} = \int_0^1 du_1 \dots du_n \frac{(u_1)^{\lambda_1-1} \dots (u_n)^{\lambda_n-1} \cdot \delta(u_1 + \dots + u_n - 1)}{(\det v)^{d/2}} \quad (44)$$

считается численно, а коэффициент перед ним, состоящий из Γ -функций, вычисляется аналитически в виде ряда по ϵ .

Построение $\det v$. Знаменатель правой части (44) необязательно считать напрямую, строя матрицу v_{is} и вычисляя её детерминант. Выражение для $\det v$ можно получить следующим образом [8]:

1. Сопоставить рёбрам диаграммы фейнмановские параметры u_i в соответствии с правилами (38), то есть присвоив рёбрам, по которым протекает одинаковый импульс, один и тот же параметр.
2. Выбрать порядок протекания импульсов по рёбрам (по аналогии с правилами Кирхгофа для протекания токов по электрической цепи) и построить все законы сохранения протекающих по диаграмме импульсов (аналог первого правила Кирхгофа).
3. Выписать все возможные произведения фейнмановских параметров u_i длиной l , где l — число петель в диаграмме. Вычеркнуть те, которые содержат в себе законы сохранения. Сумма оставшихся и будет искомым $\det v$.

Пример: рассмотрим диаграмму $e12|23|4|e5|e6|66||$. Пронумеруем внутренние рёбра по которым протекают разные импульсы (столь необычная нумерация связана с особенностями обработки диаграмм программой PoleExtractor, приведённые в этом параграфе формулы были сгенерированы автоматически):

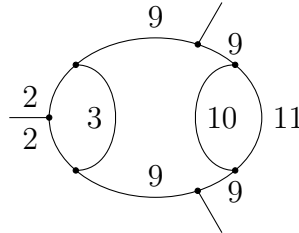


Рис. 2: Диаграмма $e12|23|4|e5|e6|66||$ пронумерованными рёбрами. Разным номерам отвечает разный протекающий импульс, одинаковым — одинаковый.

Тогда законы сохранения будут: $\{(2, 3, 9), (9, 10, 11)\}$. Это означает, что если выбрать протечку импульсов $k_2, k_3, k_9, k_{10}, k_{11}$ в соответствии с произведённой нумерацией, для них будет выполняться аналогичная первому правилу Кирхгофа (закон сохранения заряда в каждом узле) система уравнений:

$$\begin{cases} k_2 + k_3 + k_9 = 0 \\ k_9 + k_{10} + k_{11} = 0. \end{cases} \quad (45)$$

В рассматриваемой диаграмме 3 петли, так что выпишем все возможные произведения $u_2, u_3, u_9, u_{10}, u_{11}$ длины 3:

$$\begin{aligned} \text{base}\{\det v\} = & u_2 u_3 u_9 + u_3 u_9 u_{11} + u_9 u_{10} u_{11} + u_2 u_3 u_{10} + u_3 u_9 u_{10} + \\ & + u_2 u_3 u_{11} + u_2 u_9 u_{10} + u_3 u_{10} u_{11} + u_2 u_{10} u_{11} + u_2 u_9 u_{11}. \end{aligned} \quad (46)$$

Теперь вычеркнем два содержащих законы сохранения слагаемых: $u_2 u_3 u_9, u_9 u_{10} u_{11}$. Итого:

$$\begin{aligned} \det v = & u_3 u_9 u_{11} + u_2 u_3 u_{10} + u_3 u_9 u_{10} + u_2 u_3 u_{11} + \\ & + u_2 u_9 u_{10} + u_3 u_{10} u_{11} + u_2 u_{10} u_{11} + u_2 u_9 u_{11}. \end{aligned} \quad (47)$$

Фейнмановское представление $\sim p^2$ частей двуххвосток. Согласно (28), для нахождения критических индексов нам нужно найти вклад в $\tilde{\Gamma}_2$ для каждой диаграммы

$$\tilde{\gamma} = (\partial_{p^2} \gamma) |_{p^2 \rightarrow \infty}. \quad (48)$$

Существует простой алгоритм построения фейнмановского представления сразу для величин $\tilde{\gamma}$. Ответом будет

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma} = (\partial_{p^2} \gamma) |_{p^2 \rightarrow \infty} = & g^l \cdot \frac{(4\pi)^{dl/2} \cdot \|1 + \lambda_1 + \dots + \lambda_n - dl/2\|}{\|\lambda_1\| \dots \|\lambda_n\| \cdot \tau^{\lambda_1 + \dots + \lambda_n - dl/2}} \times \\ & \times \underbrace{\int_0^1 du_1 \dots du_n \frac{(u_1)^{\lambda_1 - 1} \dots (u_n)^{\lambda_n - 1} \cdot C \cdot \delta(u_1 + \dots + u_n - 1)}{(\det v)^{1+d/2}}}_{\mathcal{J}} \end{aligned} \quad (49)$$

где C — полином от переменных $\{u_i\}$, строящийся аналогично $\det v$.

Построение C . Простой способ построения C [8]:

1. Замкнуть хвосты диаграммы, получив, таким образом, вакуумную петлю с $l + 1$ петлями.
2. Построить $\det v$ для этой вакуумной петли, не используя законы сохранения содержащее новое ребро, а в конце заменяя на 0 параметр u_i отвечающий новому ребру. Это и будет C .

Пример: рассмотрим диаграмму $e12|23|3|e|$:

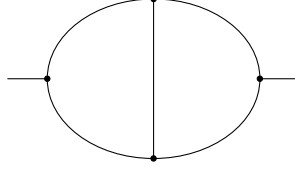


Рис. 3: Диаграмма $e12|23|3|e|$.

Замыкаем хвосты ребром с индексом n , нумеруем остальные рёбра, по которым протекает разный импульс:

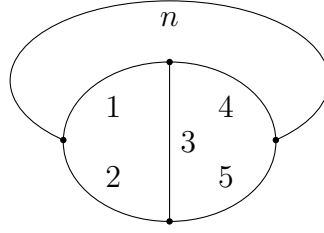


Рис. 4: Вакуумная петля, получающаяся из диаграммы $e12|23|3|e|$ после замыкания хвостов. Все рёбра пронумерованы разными номерами, в отличие от примера для $\det v$ на рисунке 2, т.к. по всем рёбрам течёт разный импульс.

Законы сохранения для вакуумной петли: $\{(1, 2, n), (4, 5, n), (1, 3, 4), (2, 3, 5), (1, 2, 4, 5)\}$. Сумма всех возможных произведений фейнмановских параметров длины 3:

$$\begin{aligned} \text{base}\{C\} = & u_1u_2u_3 + u_1u_2u_4 + u_1u_2u_5 + u_1u_2u_n + u_1u_3u_4 + u_1u_3u_5 + \\ & + u_1u_3u_n + u_1u_4u_5 + u_1u_4u_n + u_1u_5u_n + u_2u_3u_4 + u_2u_3u_5 + u_2u_3u_n + u_2u_4u_5 + \\ & + u_2u_4u_n + u_2u_5u_n + u_3u_4u_5 + u_3u_4u_n + u_3u_5u_n + u_4u_5u_n. \end{aligned} \quad (50)$$

Удаляем слагаемые, содержащие законы сохранения без параметра u_n , а именно $u_1u_3u_4$, $u_2u_3u_5$, а затем кладём $u_n = 0$. Получаем:

$$C = u_1u_2u_3 + u_1u_2u_4 + u_1u_2u_5 + u_1u_3u_5 + u_1u_4u_5 + u_2u_3u_4 + u_2u_4u_5 + u_3u_4u_5. \quad (51)$$

4.2 Операция Sector Decomposition

Интегралы типа (44), как правило, очень трудно считать по Монте-Карло. Проблема заключается в том, что $\det v$ является полилинейной формой $\{u_i\}$, и в области интегрирования $u_i \in [0, 1]$ есть большое количество направлений, вдоль которых подынтегральная функция имеет особенности, интегрируемые и нет.

Операция Sector Decomposition заключается в разделении области интегрирования фейнмановского представления на сектора, т.е. области, в каждой из которых содержится не

более одного направления расходимости, вдоль которого есть особенности. В каждом секторе заменой переменных можно привести подынтегральное выражение к простому виду $f(u_i) \cdot u_i^{a+b\epsilon}$, где f интегрируема на $[0, 1]$, и представить расходимость в виде ряда Лорана по ϵ .

Стратегия выбора секторов. Целью операции SD является приведение $\det v$ к виду

$$\text{моном}\{u_i\} \cdot (1 + \text{полилин. ф.}\{u_i\}) \quad (52)$$

разделением области интегрирования $u_i \in [0, 1]$ на сектора $1 > u_j > u_i, u_{i \neq j} \in [0, 1]$ и заменами в каждом секторе

$$\begin{cases} u'_j = u_j \\ u'_{i \neq j} = u_i/u_j. \end{cases} \quad (53)$$

Важным моментом является то, что при таких заменах, мы переходим от интеграла по гиперкубу в старых переменных $u_i \in [0, 1]$ к n интегралам по таким же гиперкубам в новых переменных $u'_i \in [0, 1]$, где n — количество рассматриваемых переменных, или размерность *пространства декомпозиции*. Пространством декомпозиции будем называть все переменные, участвующие в разделении на сектора и заменах (53), а шагом декомпозиции — одну такую операцию разделения и замен.

Приведём стратегию выбора секторов на примере уже рассматривавшейся ранее диаграммы $e12|23|4|e5|e6|66|$ (см. рис. 2). Как было показано в (47), $\det v$ этой диаграммы имеет вид

$$\begin{aligned} \det v = & u_3 u_9 u_{11} + u_2 u_3 u_{10} + u_3 u_9 u_{10} + u_2 u_3 u_{11} + \\ & + u_2 u_9 u_{10} + u_3 u_{10} u_{11} + u_2 u_{10} u_{11} + u_2 u_9 u_{11}, \end{aligned} \quad (54)$$

и построен он на основании законов сохранения $\{(2, 3, 10, 11), (2, 3, 9), (9, 10, 11)\}$.

Первый шаг. Пространство декомпозиции — все фейнмановские параметры:

$$u_2, u_3, u_9, u_{10}, u_{11}. \quad (55)$$

Согласно определению шага декомпозиции, разделяем область интегрирования на 5 частей, в каждой из которых один из фейнмановских параметров больше всех остальных:

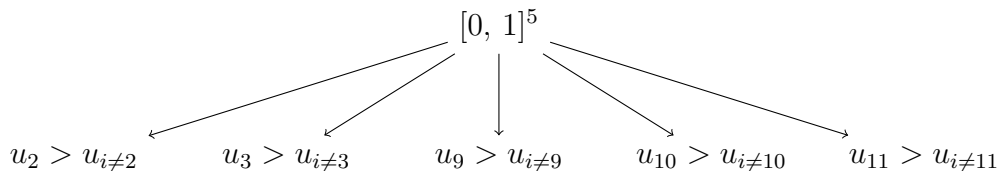


Рис. 5: Первый шаг декомпозиции. Перебор всех фейнмановских параметров.

и в каждой части сделаем замену (53) с главным параметром u_j — тем, который в данном

секторе выбран наибольшим. Для первых двух секторов получим:

$$\begin{cases} u_2 > u_3, u_9, u_{10}, u_{11} \\ \det v = (u'_2)^3(u'_3u'_9u'_{11} + u'_3u'_{10} + u'_3u'_9u'_{10} + u'_3u'_{11} + u'_9u'_{10} + u'_3u'_{10}u'_{11} + u'_{10}u'_{11} + u'_9u'_{11}) \end{cases} \quad (56)$$

$$\begin{cases} u_3 > u_2, u_9, u_{10}, u_{11} \\ \det v = (u'_3)^3(u'_9u'_{11} + u'_2u'_{10} + u'_9u'_{10} + u'_2u'_{11} + u'_2u'_9u'_{10} + u'_{10}u'_{11} + u'_2u'_{10}u'_{11} + u'_2u'_9u'_{11}) \end{cases} \quad (57)$$

Для оставшихся 3 секторов получаются аналогичные выражения. Видно что «старшие», т.е. выбранные в данном секторе наибольшими, переменные оказались исключены из полилинейной формы. Поэтому мы исключим их из соответствующих пространств декомпозиции и переобозначим переменные, для краткости убрав штрихи: $u'_i \rightarrow u_i$.

Второй шаг. Повторяет первый, применяется к секторам-результатам первого шага. Рассмотрим что станет с первым сектором первого шага:

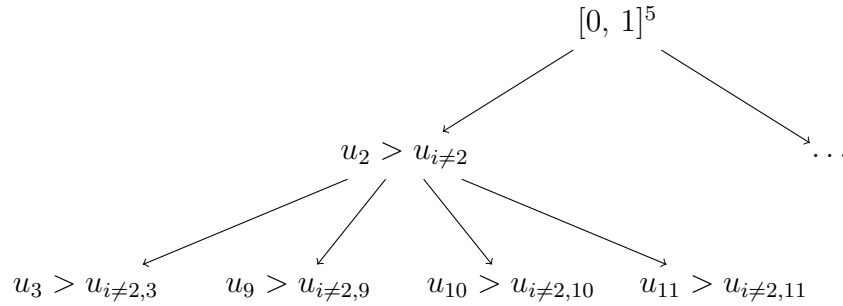


Рис. 6: Второй шаг декомпозиции для ветки, на которой на первом шаге старшим был параметр u_2 .

Снова сделаем замены (53), помня, однако, что в пространстве декомпозиции содержатся не все переменные, а все кроме u_2 . Покажем что будет с первым и третьим секторами второго шага:

$$\begin{cases} u_2 > u_3, u_9, u_{10}, u_{11} \\ u_3 > u_9, u_{10}, u_{11} \\ \det v = (u'_2)^3(u'_3)^2(u'_3u'_9u'_{11} + u'_{10} + u'_3u'_9u'_{10} + u'_{11} + u'_9u'_{10} + u'_3u'_{10}u'_{11} + u'_{10}u'_{11} + u'_9u'_{11}) \end{cases} \quad (58)$$

$$\begin{cases} u_2 > u_3, u_9, u_{10}, u_{11} \\ u_{10} > u_3, u_9, u_{11} \\ \det v = (u'_2)^3(u'_{10})^2(u'_3u'_9u'_{11} + u'_3 + u'_3u'_9u'_{10} + u'_3u'_{11} + u'_9 + u'_3u'_{10}u'_{11} + u'_{11} + u'_9u'_{11}) \end{cases} \quad (59)$$

В (58, 59) хорошо видно удобство рассмотрения $\det v$ в терминах законов сохранения. В диаграмме есть закон сохранения (2, 3, 9), поэтому в исходном детерминанте, до всех декомпозиций, отсутствовал член $u_2u_3u_9$. После замен со старшими переменными u_2, u_3 этот член выглядел бы как u'_9 . Однако, поскольку он отсутствует, на третьем шаге не будет

смысла делать старшей переменной u_9 — после соответствующей замены определитель не примет вид (52). Раз мы не будем выбирать эту переменную старшей, её нужно исключить из пространства декомпозиции всех остальных секторов третьего шага, получающихся из данной ветки. В свою очередь в (59) присутствуют все три возможных члена длины 1: u'_3 , u'_9 , u'_{11} — поскольку в диаграмме нет законов сохранения длины 3 содержащих переменные (2, 10). Поэтому в этой ветке на 3 шаге нужно перебрать все остающиеся параметры.

Каждый шаг декомпозиции полностью определяется пространством декомпозиции и выбором главной переменной. Поэтому на схеме удобнее обозначать декомпозиции следующим образом: $(\underline{i}, j, k, \dots)$, все индексы в скобках — текущее пространство декомпозиции, подчёркнутый индекс — индекс главной переменной. Формальный алгоритм (стратегия) построения секторов в терминах пространств декомпозиций выглядит следующим образом:

1. На каждом шаге декомпозиции мы имеем пространство декомпозиции и список переменных уже побывавших старшими в данной ветке. Этого достаточно, чтобы строить дерево секторов далее. На первом шаге считаем список предыдущих старших переменных пустым.
2. Строим пространства декомпозиции для секторов следующего шага. Для этого возьмём данное нам пространство декомпозиции и исключим из него те переменные, которые при добавлении к списку секторов уже бывших старшими образуют с ними закон сохранения. Например, если старшими переменными были 1, 2, исходное пространство декомпозиции имеет вид (3, 4, 5, 6), и в диаграмме есть закон сохранения (1, 2, 4), то нужно удалить переменную 4 из пространства декомпозиции и получить (3, 5, 6).
3. После исключения нужно по очереди выбрать главными все оставшиеся переменные. Это и будут сектора следующего шага в данной ветке. Продолжая пример из предыдущего пункта, получим (3, 5, 6), (3, 5, 6), (3, 5, 6).

В качестве иллюстрации приведём часть дерева секторов для рассматриваемой нами диаграммы e12|23|4|e5|e6|66|:

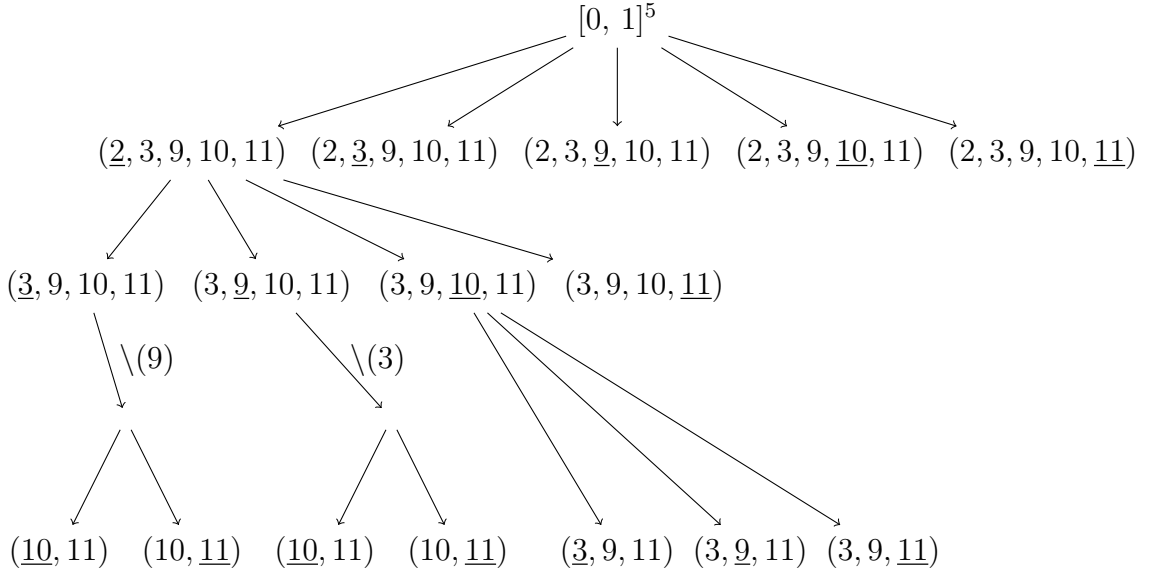


Рис. 7: Иллюстрация части дерева декомпозиций: сектора с законами сохранения и без.

Полюса по ϵ в секторах. Рассмотрим фейнмановское представление l -петлевой диаграммы, в котором рёбра пронумерованы в очерёдности, в которой будет происходить декомпозиция по ним в заданной ветке: первый шаг по u_1 , затем по u_2 , u_3 и так далее:

$$\mathcal{J} = \int_0^1 du_1 \dots du_n \frac{(u_1)^{\lambda_1-1} \dots (u_n)^{\lambda_n-1} \delta(u_1 + \dots + u_n - 1)}{(\det v)^{d/2}}. \quad (60)$$

Сделаем первичную декомпозицию. Её пространство — все фейнмановские параметры. После замен (53) для дельта-функции получим

$$\begin{aligned} \delta(u_1 + u_1 u_2 + \dots + u_1 u_n - 1) &= \delta(u_1(1 + u_2 + \dots + u_n) - 1) = \\ &= u_1 \delta(u_1 - (1 + u_2 + \dots + u_n)^{-1}), \end{aligned} \quad (61)$$

Якобиан замены равен $(u_1)^{n-1}$, из произведения в числителе вынесется

$$(u_1)^{\sum_{i=1}^n (\lambda_i - 1)}, \quad (62)$$

из $(\det v_1)^{d/2}$ в знаменателе множителем выйдут $(u_1)^{ld/2}$. Итого:

$$\mathcal{J}_1 = \int_0^1 du_1 \dots du_n \frac{(u_1)^{\sum_{i=1}^n \lambda_i - ld/2} (u_2)^{\lambda_2-1} \dots (u_n)^{\lambda_n-1} \cdot \delta(u_1 - (1 + u_2 + \dots + u_n)^{-1})}{(\det v_1)^{d/2}}. \quad (63)$$

Теперь можно снять интеграл по u_1 ,

$$\mathcal{J}_1 = \int_0^1 du_2 \dots du_n \frac{(u_2)^{\lambda_2-1} \dots (u_n)^{\lambda_n-1}}{(1 + u_2 + \dots + u_n)^{\sum_{i=1}^n \lambda_i - ld/2} (\det v_1)^{d/2}}. \quad (64)$$

Нижним индексом у \det и \mathcal{J} обозначена произведённая декомпозиция. Для удобства введём обозначение

$$\alpha = 1 + u_2 + \dots + u_n, \quad (65)$$

тогда (64) переписывается как

$$\mathcal{J}_1 = \int_0^1 du_2 \dots du_n \frac{(u_2)^{\lambda_2-1} \dots (u_n)^{\lambda_n-1}}{(\alpha)^{\sum_{i=1}^n \lambda_i - ld/2} (\det v_1)^{d/2}}. \quad (66)$$

Сделаем вторую декомпозицию по переменной u_2 . Пространство этой декомпозиции — все переменные кроме u_1 , u_2 для любой диаграммы. Получим:

$$\mathcal{J}_{12} = \int_0^1 du_2 \dots du_n \frac{(u_2)^{\sum_{i=2}^n \lambda_i - 1 - (l-1)d/2} (u_3)^{\lambda_3-1} \dots (u_n)^{\lambda_n-1}}{(\alpha_2)^{\sum_{i=1}^n \lambda_i - ld/2} (\det v_{12})^{d/2}}. \quad (67)$$

Поскольку в пространстве третьей декомпозиции не обязательно присутствуют все переменные кроме u_1 , u_2 , u_3 , введём символ Кронекера δ_{3i} , равный 0 если u_i не принадлежит пространству декомпозиции по 3 переменной и 1 если принадлежит. Тогда в наших обозначениях $\delta_{jj} = 1$, $\forall j$ и $\delta_{ji} = 0$, $i < j$. Также ясно что

$$\delta_{1i} = 1, \quad \forall i, \quad (68)$$

$$\delta_{2i} = \begin{cases} 0, & i = 1 \\ 1, & i \neq 1 \end{cases}, \quad (69)$$

$$\delta_{ji} = \begin{cases} 0, & \text{если в } \{1, 2, \dots, j\} \cup \{i\} \\ & \text{содержится закон сохранения,} \\ 1, & \text{если нет.} \end{cases} \quad (70)$$

Конечное выражение для сектора после третьей декомпозиции будет

$$\mathcal{J}_{12} = \int_0^1 du_2 \dots du_n \frac{(u_2)^{\sum_{i=2}^n \lambda_i - 1 - (l-1)d/2} (u_3)^{\sum_{i=3}^n \lambda_i \delta_{3i} - 1 - (l-2)d/2} \dots (u_n)^{\lambda_n-1}}{(\alpha_{23})^{\sum_{i=1}^n \lambda_i - ld/2} (\det v_{123})^{d/2}}. \quad (71)$$

Легко заметить закономерность переходов от (66) к (67) и к (71). Общая формула для конечного сектора будет

$$\mathcal{J}_{1\dots l} = \int_0^1 du_2 \dots du_n \frac{\prod_{j=2}^l (u_j)^{\sum_{i=j}^n \lambda_i \delta_{ji} - 1 - (l-j+1)d/2} \prod_{k=l+1}^n (u_k)^{\lambda_k-1}}{(\alpha_{2\dots l})^{\sum_{i=1}^n \lambda_i - ld/2} (\det v_{1\dots l})^{d/2}}, \quad (72)$$

где δ_{ji} равен 1 если u_i есть в пространстве декомпозиции по u_j и 0 если нет.

Ясно что в выражении для конечного сектора есть полюс по переменной u_j если

$$\sum_{i=j}^n \lambda_i \delta_{ji} - 1 - (l-j+1)d/2 < 0. \quad (73)$$

Рассмотрим это выражение чуть подробнее:

$$\sum_{i=j}^n \delta_{ji} \lambda_i - 1 - (l-j+1)d/2 = -p_j, \quad (74)$$

где p_j — порядок возникающего по u_j полюса. Выпишем для удобства в явном виде уравнение на p_2 :

$$-p_2 = \sum_{i=2}^n \lambda_i - 1 - (l-1)d/2. \quad (75)$$

Поскольку число рёбер $E = \sum_{i=1}^n \lambda_i$,

$$-p_2 = E - \lambda_1 - 1 - (l-1)d/2. \quad (76)$$

Видно что это система зацепленных уравнений. Её решение

$$\begin{cases} p_2 = -E + \lambda_1 + 1 + (l-1)d/2 \\ p_{j+1} = p_j - d/2 - \sum_{i=j}^n (\delta_{j+1,i} - \delta_{j,i}) \lambda_i \end{cases} \quad (77)$$

Сумма в конце — суммарная степень всех фейнмановских параметров, присутствовавших в пространстве j декомпозиции и отсутствующих в пространстве $j+1$. Итого: результатом декомпозиции диаграммы

$$\mathcal{J} = \int_0^1 du_1 \dots du_n \frac{(u_1)^{\lambda_1-1} \dots (u_n)^{\lambda_n-1} \delta(u_1 + \dots + u_n - 1)}{(\det v)^{d/2}}. \quad (78)$$

по набору переменных $1, 2, \dots, l$ будет выражение

$$\mathcal{J}_{1\dots l} = \int_0^1 du_2 \dots du_n \frac{\prod_{j=2}^l (u_j)^{-p_j} \prod_{k=l+1}^n (u_k)^{\lambda_k-1}}{(\alpha_{2\dots l})^{\sum_{i=1}^n \lambda_i - ld/2} (\det v_{1\dots l})^{d/2}}, \quad (79)$$

где

$$\begin{cases} p_2 = -E + \lambda_1 + 1 + (l-1)d/2 \\ p_{j+1} = p_j - d/2 - \sum_{i=j}^n (\delta_{j+1,i} - \delta_{j,i}) \lambda_i \end{cases} \quad (80)$$

Видно, что удобно перейти к другому набору переменных $\tilde{\lambda}_i$

$$\tilde{\lambda}_i = \begin{cases} \lambda_i - d/2, & i \leq l \\ \lambda_i, & i > l \end{cases}, \quad (81)$$

и ввести формальную «степень первой переменной», имеющую смысл затравки зависящей не от сектора, а от всей диаграммы

$$p_1 = (1 - E) + \frac{ld}{2}. \quad (82)$$

Тогда решение цепочки уравнений (80) переписутся в виде

$$\begin{cases} p_1 = (1 - E) + \frac{ld}{2} \\ p_{j+1} = p_j + \sum_{i=j}^n (\delta_{j,i} - \delta_{j+1,i}) \tilde{\lambda}_i \end{cases} \quad (83)$$

Произведённая замена (81) означает, что при вычислении степени u_i после декомпозиции степени главных переменных дают вклад λ_i сдвинутый на $d/2$, а степени исключённых — просто λ_i .

Пример: рассмотрим 3-хвостки φ^3 : $d/2 = 3 - \epsilon$, а число рёбер и петель в диаграмме связаны соотношением $E = 3l$. Тогда

$$\begin{cases} p_1 = 1 - l\epsilon \\ p_2 = \lambda_1 - 2 - (l-1)\epsilon \\ p_3 = \lambda_1 + \lambda_2 - 5 - (l-2)\epsilon - \sum_{i=4}^n (\delta_{3,i} - 1) \lambda_i \\ \dots \end{cases} \quad (84)$$

4.3 Регуляризация секторов

Согласно (72), интеграл по каждой переменной u_i в конечных выражениях для секторов можно записать в виде

$$F(\epsilon) = \int_0^1 du f(u) \cdot u^{a+b\epsilon}, \quad (85)$$

где a, b — целочисленные параметры. Построим аналитическое продолжение этой функции в область $a < -1$, $\epsilon \rightarrow 0$. Для этого добавим и вычтем из функции f её ряд Тейлора до $-(a+1)$ члена

$$F(\epsilon) = \int_0^1 du \left(f(u) - \sum_{k \geq 0}^{-a-1} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} u^k \right) \cdot u^{a+b\epsilon} + \int_0^1 du \sum_{k \geq 0}^{-a-1} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} u^k \cdot u^{a+b\epsilon}. \quad (86)$$

Рассмотрим 2 слагаемое:

$$\int_0^1 du \sum_{k \geq 0}^{-a-1} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} u^k \cdot u^{a+b\epsilon} = \sum_{k \geq 0}^{-a-1} \int_0^1 du \frac{f^{(k)}(0)}{k!} u^{k+a+b\epsilon} = \sum_{k \geq 0}^{-a-1} \frac{f^{(k)}(0)}{k!(k+a+1+b\epsilon)}. \quad (87)$$

Здесь мы и сделали аналитическое продолжение, положив что формула работает для любых a, b . Однако на самом деле при $k+a+b\epsilon \leq -1$ интеграл разойдётся.

Рассмотрим теперь первое слагаемое. Применим к нему формулу остаточного члена ряда Тейлора:

$$R_{n+1}(u) = \frac{1}{n!} \int_0^u dt (u-t)^n f^{(n+1)}(t) = \frac{1}{n!} \int_0^1 dt (1-t)^n \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)^{n+1} f(ut), \quad (88)$$

и получим

$$\int_0^1 du \left(f(u) - \sum_{k \geq 0}^{-a-1} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} u^k \right) \cdot u^{a+b\epsilon} = \int_0^1 du \int_0^1 dt \frac{(1-t)^{-a-1}}{(-a-1)!} u^{a+b\epsilon} \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)^{-a} f(ut). \quad (89)$$

Посмотрим какие части аналитического продолжения

$$F(\epsilon) = \int_0^1 \frac{du}{(-a-1)!} \int_0^1 dt (1-t)^{-a-1} u^{a+b\epsilon} [\partial_t]^{-a} f(ut) + \sum_{k \geq 0}^{-a-1} \frac{f^{(k)}(0)}{k!(k+a+1+b\epsilon)} \quad (90)$$

дают вклад в главную и правильную части ряда Лорана по ϵ для F .

Для второго слагаемого получим:

$$\begin{aligned} \sum_{k \geq 0}^{-a-1} \frac{f^{(k)}(0)}{k!(k+a+1+b\epsilon)} &= \\ &= \frac{f^{(-a-1)}(0)}{b \cdot (-a-1)!} \cdot \frac{1}{\epsilon} + \sum_{k \geq 0}^{-a-2} \frac{f^{(k)}(0)}{k!(k+a+1+b\epsilon)} = \\ &= \frac{f^{(-a-1)}(0)}{b \cdot (-a-1)!} \cdot \frac{1}{\epsilon} + \sum_{n \geq 0} \left(\sum_{k \geq 0}^{-a-2} \frac{f^{(k)}(0) \cdot (-b)^n}{k!(k+a+1)^{n+1}} \right) \cdot \epsilon^n. \quad (91) \end{aligned}$$

Первое же слагаемое даёт вклад только в правильную часть ряда Лорана. Итого конечная формула для разложения в ряд по ϵ аналитического продолжения функции F :

$$\int_0^1 du f(u) \cdot u^{a+b\epsilon} = \frac{f^{(-a-1)}(0)}{b \cdot (-a-1)!} \cdot \frac{1}{\epsilon} + \sum_{n \geq 0} \left(\sum_{k \geq 0}^{\frac{-a-2}{k}} \frac{f^{(k)}(0) \cdot (-b)^n}{k!(k+a+1)^{n+1}} \right) \cdot \epsilon^n + \int_0^1 \frac{du}{(-a-1)!} \int_0^1 dt (1-t)^{-a-1} u^{a+b\epsilon} [\partial_t]^{-a} f(ut). \quad (92)$$

В операторной форме записи извлечение полюса выглядит следующим образом:

$$\int_0^1 du_i f(u_i, \epsilon) \cdot u_i^{a_i+b_i\epsilon} = \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{\hat{0}_i [\partial_{u_i}]^{-a_i-1}}{b_i \cdot (-a_i-1)!} \cdot f(u_i, \epsilon) + \sum_{n \geq 0} \epsilon^n \left(\sum_{k \geq 0}^{\frac{-a_i-2}{k}} \frac{(-b_i)^n \hat{0}_i [\partial_{u_i}]^k}{k!(k+a_i+1)^{n+1}} f(u_i, \epsilon) \right) + \int_0^1 du_i \int_0^1 dt_i \frac{(1-t_i)^{-a_i-1} u_i^{a_i+b_i\epsilon} [\partial_{t_i}]^{-a_i}}{(-a_i-1)!} f(u_i t_i, \epsilon), \quad (93)$$

где $\hat{0}_i f(u_i, \epsilon) = f(0, \epsilon)$. То есть всю операцию можно переписать в виде суммы 3 операторов аналитического продолжения: \hat{A}_i , \hat{B}_i , \hat{C}_i :

$$\int_0^1 du_i f(u_i, \epsilon) \cdot u_i^{a_i+b_i\epsilon} = \hat{A}_i f(u_i, \epsilon) + \hat{B}_i f(u_i, \epsilon) + \hat{C}_i f(u_i, \epsilon), \quad (94)$$

$$\hat{A}_i f(u_i, \epsilon) = \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{\hat{0}_i [\partial_{u_i}]^{-a_i-1}}{b_i \cdot (-a_i-1)!} \cdot f(u_i, \epsilon), \quad (95)$$

$$\hat{B}_i f(u_i, \epsilon) = \sum_{n \geq 0} \epsilon^n \left(\sum_{k \geq 0}^{\frac{-a_i-2}{k}} \frac{(-b_i)^n \hat{0}_i [\partial_{u_i}]^k}{k!(k+a_i+1)^{n+1}} f(u_i, \epsilon) \right), \quad (96)$$

$$\hat{C}_i f(u_i, \epsilon) = \int_0^1 du_i \int_0^1 dt_i \frac{(1-t_i)^{-a_i-1} u_i^{a_i+b_i\epsilon} [\partial_{t_i}]^{-a_i}}{(-a_i-1)!} f(u_i t_i, \epsilon). \quad (97)$$

После выполнения аналитического продолжения и разложения всех функций в ответах в ряд Тейлора по ϵ , получаем готовые для численного интегрирования выражения, представляющие собой ряды по ϵ с коэффициентами представленными в виде интегралов по u_i , t_i . Вычислив все интегралы для всех секторов и домножив их сумму на коэффициент стоявший перед интегралом в (43), получаем ответ для рассматриваемой диаграммы.

4.4 Учёт симметрично эквивалентных секторов

В предыдущих параграфах было показано, как построить фейнмановское представление диаграммы и дерево декомпозиций по законам сохранения, т.е. по топологии графа. Для того чтобы привести симметрично эквивалентные сектора, не прибегая к переобозначению переменных в алгебраических выражениях, а пользуясь симметриями диаграммы, нужно

понять, как обозначить сектор на диаграмме.

Каждый конечный сектор полностью определяется последовательностью своих старших переменных — все пространства декомпозиции можно восстановить по этой последовательности и законам сохранения. При этом каждый фейнмановский параметр соответствует ребру (или набору рёбер с одинаковым протекающим импульсом) графа. То есть выделение сектора соответствует покраске рёбер графа в разные (т.к. важен порядок) цвета. Например, для диаграммы $e12|34|34|e|e|$, если обозначить первичную декомпозицию красным, а вторую синим цветами, получим

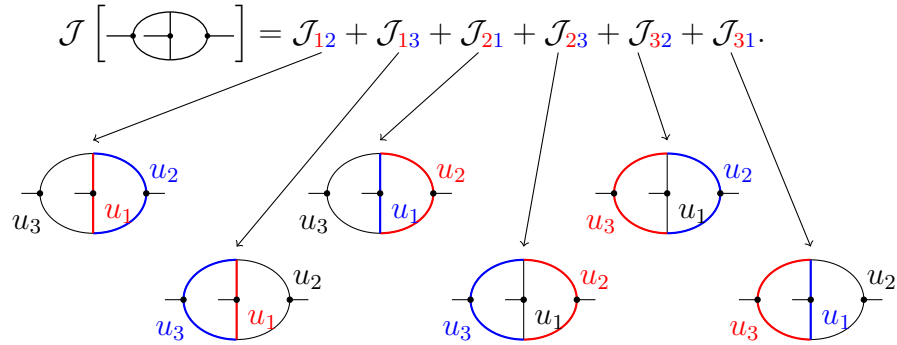


Рис. 8: Покраски диаграммы $e12|34|34|e|e|$, отвечающие всем её секторам.

При этом видно, что все покраски симметрично эквивалентны и различаются только переобозначениями переменных u_i . То есть у этой диаграммы всего один симметрично неэквивалентный сектор.

В 3-петлевой диаграмме $e12|e3|e4|55|66|6||$ всего 6 симметрично неэквивалентных секторов вместо исходных 48 (первичная — красная, вторая — синяя, третья — зелёная):

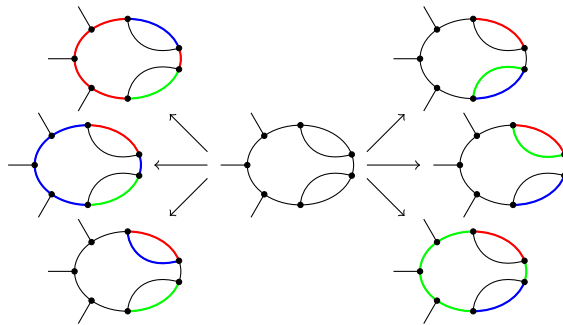


Рис. 9: Все симметрично неэквивалентные покраски диаграммы $e12|e3|e4|55|66|6||$, отвечающие её секторам.

Конечно, существуют диаграммы без симметрий, у которых после приведения количество секторов не уменьшается, но в среднем учёт симметрично эквивалентных секторов уменьшает количество расчётов в 2-3 раза.

5 Описание реализации

5.1 Структура

Программа решающая поставленные в гл. 3 задачи была написана как часть проекта RG-Graph (<http://code.google.com/p/rg-graph/>) на языке Python 2.7 с использованием библиотеки численного интегрирования Cuba 3.3 (<http://www.feynarts.de/cuba/>). В программе реализован способ построения и вычисления фейнмановского представления диаграмм, приведённый в гл. 4 и выполнения R' -операции описанный в параграфе 2.2. Программа состоит из 5 модулей объединённых в пакет PoleExtractor и набора использующих этот пакет скриптов:

- Модуль построения симметрий и законов сохранения (для работы с диаграммой как с графом и подготовки к построению фейнмановского представления);
- Модуль построения фейнмановского представления, выполнения SD и аналитического продолжения;
- Модуль численного интегрирования, использующий Cuba 3.3;
- Главный управляющий модуль, реализующий интерфейс библиотеки, хранение посчитанных диаграмм и R' -операцию.

Скрипты запускают построение и счёт необходимых для каждого порядка диаграмм, вычисление $\text{P}\Gamma$ -констант и критических индексов.

5.2 Внутренние проверки

Пакет PoleExtractor — сложная составная система, требующая, наряду с unit-тестами внутреннего функционала тщательной сверки конечных результатов. Для этой цели использовались следующие соотношения:

$$\Gamma_{n+1} = \partial_\tau \Gamma_n, \quad (98)$$

$$\partial_\tau \gamma_n = \frac{dl/2 - \lambda_1 - \dots - \lambda_n}{\tau} \cdot \gamma_n. \quad (99)$$

То есть в каждом порядке по числу петель можно сверять между собой суммы n -хвосток на нулевых импульсах и $\sim p^2$ -частей двуххвосток, домножая их на известные полиномы от ϵ . При $\tau \equiv 1$, в частности, имеем:

$$\Gamma_3^{(l)} \Big|_{p=0} = (l\epsilon - 1) \cdot \Gamma_2^{(l)} \Big|_{p=0}, \quad (100)$$

$$\Gamma_4^{(l)} \Big|_{p=0} = l\epsilon \cdot \Gamma_3^{(l)} \Big|_{p=0}, \quad (101)$$

$$\partial_\tau \tilde{\Gamma}_2^{(l)} = l\epsilon \cdot \tilde{\Gamma}_2^{(l)}. \quad (102)$$

Таким образом можно проверять сообразность выражений, вычисленных способом не эксплуатирующим соотношения (100, 101, 102), совершенно независимо друг от друга. В процессе разработки большое количество ошибок проектирования было исключено именно благодаря этим соотношениям.

5.3 Производительность

Благодаря подходу эксплуатирующему внутреннее устройство диаграммы при построении дерева секторов и симметрии диаграммы при приведении подобных секторов удалось достигнуть значительного повышения производительности по сравнению, например, с [4]. Авторы [4] не предполагают использования своей программы для количества петель больше двух, в то время как PoleExtractor обрабатывает 4-петлевые диаграммы за время несущественное по сравнению с затрачиваемым на последующее численное интегрирование (не более нескольких минут на пользовательском ПК).

Предыдущий результат для 4-петлевого приближения критического индекса η модели φ^3 был представлен в [9]. В этой работе диаграммы вычислялись в импульсном представлении. Несмотря на то что у рассматриваемого в данной работе подхода не обнаружено существенного улучшения производительности по сравнению с методом [9], он гораздо лучше масштабируется, т.к. наиболее ресурсоёмкая часть вычислений разделена на большое количество (до 1800 в 4 петлях) независимых частей, и имеет большое количество возможностей для улучшения.

6 Результаты

6.1 Результат данной работы

Основным результатом работы является 4-петлевое приближение констант Z_1 , Z_3 в схеме MS и критический показатель η .

Константы Z ищутся суммированием соответствующих диаграмм с их симметричными коэффициентами согласно (28)

$$\begin{aligned} Z_1 = & 1 - u \cdot \left(\frac{1}{\epsilon} \cdot 0.083333335(5) \right) + u^2 \cdot \left(\frac{1}{\epsilon^2} \cdot 0.03472223(25) - \frac{1}{\epsilon} \cdot 0.0150463(15) \right) - \\ & - u^3 \cdot \left(\frac{1}{\epsilon^3} \cdot 0.01832553(34) - \frac{1}{\epsilon^2} \cdot 0.0328893(23) + \frac{1}{\epsilon} \cdot 0.011139(8) \right) + \\ & + u^4 \cdot \left(\frac{1}{\epsilon^4} \cdot 0.0106861(12) - \frac{1}{\epsilon^3} \cdot 0.034500(12) + \frac{1}{\epsilon^2} \cdot 0.06260(8) - \frac{1}{\epsilon} \cdot 0.0130(5) \right) - \\ & - O(u^5), \quad (103) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_3 = & 1 - u \cdot \left(\frac{1}{\epsilon} \cdot 0.50000000(1) \right) + u^2 \cdot \left(\frac{1}{\epsilon^2} \cdot 0.3125000(5) - \frac{1}{\epsilon} \cdot 0.239583(5) \right) - \\ & - u^3 \cdot \left(\frac{1}{\epsilon^3} \cdot 0.2083319(13) - \frac{1}{\epsilon^2} \cdot 0.384247(12) + \frac{1}{\epsilon} \cdot 0.40780(6) \right) + \\ & + u^4 \cdot \left(\frac{1}{\epsilon^4} \cdot 0.143225(8) - \frac{1}{\epsilon^3} \cdot 0.41307(8) + \frac{1}{\epsilon^2} \cdot 0.8590(5) - \frac{1}{\epsilon} \cdot 1.1506(29) \right) - \\ & - O(u^5), \quad (104) \end{aligned}$$

Отсюда согласно (33) можно найти РГ-функции γ_i и β_u

$$\gamma_1 = u \cdot 10.166666670(10) + u^2 \cdot 0.060185(6) + u^3 \cdot 0.06683(9) + u^4 \cdot 0.102(4), \quad (105)$$

$$\gamma_3 = u \cdot 1.000000000(20) + u^2 \cdot 0.958333(23) + u^3 \cdot 2.4469(6) + u^4 \cdot 9.23(5), \quad (106)$$

$$\beta_u = -2u\epsilon - u^2 \cdot 1.49999999(5) - u^3 \cdot 1.73611(5) - u^4 \cdot 4.6933(13) - u^5 \cdot 18.16(9). \quad (107)$$

Решая уравнение $\beta_u(u_*) = 0$, находим

$$u_* = -\epsilon \cdot 1.33333334(4) - \epsilon^2 \cdot 2.05761(6) + \epsilon^3 \cdot 1.0656(11) - \epsilon^4 \cdot 5.41(10) + O(\epsilon^5), \quad (108)$$

и согласно (35) после подстановки u_* в γ_φ находим индекс η

$$\eta = -\epsilon \cdot 0.222222228(19) - \epsilon^2 \cdot 0.235940(17) + \epsilon^3 \cdot 0.34941(24) - \epsilon^4 \cdot 1.26(2) + O(\epsilon^5). \quad (109)$$

6.2 Сравнение с теоретическим результатом

В [1] приведён теоретический расчёт 3-петлевого приближения констант Z в схеме MS и критических индексов модели φ^3 . Результаты из [1]:

$$\begin{aligned} Z_1 = & 1 - u \cdot \frac{1}{12\epsilon} + u^2 \cdot \left(\frac{5}{144\epsilon^2} - \frac{13}{864\epsilon} \right) - \\ & - u^3 \cdot \left(\frac{95}{5184\epsilon^3} - \frac{341}{10368\epsilon^2} + \left(\frac{5195}{2592} - \zeta(3) \right) \cdot \frac{1}{72\epsilon} \right) + O(u^4), \quad (110) \end{aligned}$$

$$Z_3 = 1 - u \cdot \frac{1}{2\epsilon} + u^2 \cdot \left(\frac{5}{16\epsilon^2} - \frac{23}{96\epsilon} \right) - u^3 \cdot \left(\frac{5}{24\epsilon^3} - \frac{83}{216\epsilon^2} + \left(\frac{1595}{432} + \zeta(3) \right) \cdot \frac{1}{12\epsilon} \right) + O(u^4). \quad (111)$$

Если сосчитать их приближённо, получим

$$Z_1 = 1 - \frac{0.083333333333 u}{\epsilon} + \frac{0.0347222222 u^2}{\epsilon^2} - \frac{0.01504629630 u^2}{\epsilon} - \frac{0.01832561728 u^3}{\epsilon^3} + \frac{0.03288966049 u^3}{\epsilon^2} - \frac{0.01114148506 u^3}{\epsilon} + O(u^4), \quad (112)$$

$$Z_3 = 1 - \frac{0.5 u}{\epsilon} + \frac{0.03125 u^2}{\epsilon^2} - \frac{0.2395833333 u^2}{\epsilon} - \frac{0.2083333333 u^3}{\epsilon^3} + \frac{0.3842592593 u^3}{\epsilon^2} - \frac{0.4078488778 u^3}{\epsilon} + O(u^4), \quad (113)$$

Видно, что (103, 104) совпадают с аналитическими результатами (112, 113) в пределах заявленной погрешности, а в некоторых коэффициентах и значительно точнее.

6.3 Сравнение с численным счётом

В [9] приведён численный результат для критического индекса η модели φ^3 в размерности $d = 6 - \epsilon$:

$$\eta = -0.1111\epsilon - 0.0588\epsilon^2 + 0.0436\epsilon^3 - 0.081\epsilon^4 + O(\epsilon^5). \quad (114)$$

Переходя в (109) от размерности $d = 6 - 2\epsilon$ к $d = 6 - \epsilon$ заменой $\epsilon \rightarrow \epsilon/2$, получим

$$\eta_{(d=6-\epsilon)} = \epsilon \cdot 0.111111114(9) - \epsilon^2 \cdot 0.058985(4) + \epsilon^3 \cdot 0.043676(31) - \epsilon^4 \cdot 0.080(4) + O(\epsilon^5). \quad (115)$$

Видно что результаты совпадают в пределах погрешности.

6.4 Обсуждение результатов, заключение

Авторы [9] указывают что точность расчёта интегралов составляла 10^{-4} . В рамках данной работы интегралы для каждого сектора вычислялись с точностью 10^{-5} до 4 петель и 10^{-3} в 4 петлях, а затем суммировались; при сложении погрешности считались независимыми. Поскольку количество секторов в одной 4-петлевой диаграмме могло достигать 1800, а всего 4-петлевых диаграмм суммировалось 46 для Z_1 и 125 для Z_3 , относительная погрешность коэффициента при ϵ^4 индекса η достигла 5%. Это хоть и на порядок выше представленной в [9], но уже достаточно для того чтобы судить о работоспособности используемого метода и его преимуществах.

Таким образом, эксплуатация законов сохранения и симметрий при работе с фейнмановским представлением и SD, во-первых, более эффективна по сравнению как с вычислением диаграмм в импульсном представлении, так и в фейнмановском представлении без учёта структуры графа, а во-вторых является идеологически более простой и интуитивно ясной, чем подход рассматриваемый в [2, 3, 4, 6, 7]. В этих работах фейнмановское представление

диаграмм рассматривается независимо от графа, на основании которого оно было построено. Такой алгебраический подход приводит к возрастанию как идеологической, так и вычислительной сложности, связанной с неудобством используемого языка.

Список литературы

- [1] O F de Alcantara Bonfim, J E Kirkham и A J McKane. “Critical exponents for the percolation problem and the Yang-Lee edge singularity”. в: *Journal of Physics A: Mathematical and General* 14.9 (1981), с. 2391. URL: <http://stacks.iop.org/0305-4470/14/i=9/a=034>.
- [2] Christian Bogner и Stefan Weinzierl. “Blowing up Feynman integrals”. в: *Nucl.Phys.Proc.Suppl* (июн. 2008). eprint: 0806.4307. URL: <http://arxiv.org/abs/0806.4307>.
- [3] Christian Bogner и Stefan Weinzierl. “Resolution of singularities for multi-loop integrals”. в: *Comput.Phys.Commun.* 178 (2008), с. 596–610. eprint: 0709.4092. URL: <http://arxiv.org/abs/0709.4092>.
- [4] Sophia Borowka и Gudrun Heinrich. “Numerical evaluation of massive multi-loop integrals with SecDec”. в: *Proceedings of Science* (сент. 2012). eprint: 1209.6345. URL: <http://arxiv.org/abs/1209.6345>.
- [5] Bernhard G. Nickel, Daniel I. Meiron и George A. Baker Jnr. “Compilation of 2-pt. and 4-pt. graphs for continuous spin models”. в: *University of Guelph Report* (1997).
- [6] A.V. Smirnov и V.A. Smirnov. “Hepp and Speer Sectors within Modern Strategies of Sector Decomposition”. в: *JHEP* 0905.004 (2009). eprint: 0812.4700. URL: <http://arxiv.org/abs/0812.4700>.
- [7] A.V. Smirnov и M.N. Tentyukov. “Feynman Integral Evaluation by a Sector decomposition Approach (FIESTA)”. в: *Comput.Phys.Commun* (июл. 2008). eprint: 0807.4129. URL: <http://arxiv.org/abs/0807.4129>.
- [8] Л.Ц. Аджемян. *Семинар по научной работе*.
- [9] Л.Ц. Аджемян и М.В. Компаниец. “Ренормгруппа и ϵ -разложение: представление β -функции и аномальных размерностей несингулярными интегралами”. в: *Теоретическая и Математическая Физика* 169.1 (2011), с. 100–111.
- [10] Александр Николаевич Васильев. *Квантовополебая ренормгруппа в теории критического поведения и стохастической динамике*. Издательство ПИЯФ, Санкт-Петербург, 1998.

А Приложение: номенклатура Никеля

А.1 Построение номенклатуры

Одна из первых проблем, возникающих при написании программы для автоматической обработки диаграмм Фейнмана — хранение диаграмм. Проблема заключается в том, что для хранения графа его вершины необходимо пронумеровать, и каким-то образом (например, с помощью матрицы или списка смежности) записать его структуру. В то же время нас интересуют свободные графы, а равенство свободных графов, как показано на рисунке 10, не равносильно равенству нумерованных.

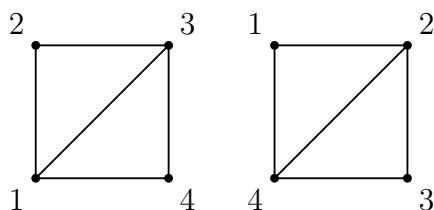


Рис. 10: Свободные графы равны, в то время как нумерованные — нет.

Решением является хранение диаграммы в виде, предложенном Никелем в [5]. В статье приводится алгоритм взаимно однозначного сопоставления свободному графу буквенно-числовой комбинации. Состоит он в следующем:

- Нумеруем вершины свободного графа последовательно начиная с 0.
- Рассматривая вершины в порядке возрастания номеров, для каждой выписываем номера вершин смежных с ней, причём только те, чьи номера больше номера рассматриваемой и внешние. Внешние ребра записываем как оканчивающиеся на вершине с номером $e = 0$ (путаницы с вершиной, которой присвоен номер 0 не возникает, т.к. она не входит в номенклатуру, имея наименьший номер).
- Полученную последовательность чисел рассматриваем как число в подходящей (основание которой больше числа вершин) системе счисления.
- Перебирая все нумерованные графы, соответствующие исходному свободному, выбираем тот, которому соответствует наименьшее число. Это число и есть номенклатура Никеля исходного графа.

Пример построения номенклатуры Никеля приведён на рисунке 11:

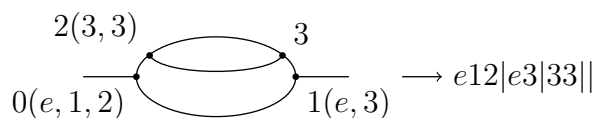


Рис. 11: Построение номенклатуры Никеля для $e12|e3|33||$

В приведённом на рисунке 11 примере мы сразу угадали нумерацию, для которой номенклатура получается наименьшей, однако, в реальности это удаётся не всегда, а при компьютерном счёте приходится перебирать все возможные варианты. Оптимальностью этого перебора определяется сложность алгоритма построения номенклатуры. С помощью прохождения графа в ширину удалось уменьшить сложность алгоритма с $O(n!)$, как указано в [5], до $O(e \cdot (v-1)^{n-2})$, где n — число вершин, v — степень, а e — количество внешних рёбер у диаграммы.

А.2 Раскрашенные графы и цветная номенклатура Никеля

В динамических моделях и моделях с несколькими полями у диаграмм бывают рёбра нескольких типов. Будем называть в дальнейшем разные типы рёбер цветами (это удобно, поскольку в теории графов много внимания уделяется задачам связанным с раскрашиванием рёбер и вершин). Если ввести упорядочение на множестве цветов, то можно построить «цветную» номенклатуру Никеля по аналогии с обычной, просто дописывая после каждого ребра его цвет (для удобства чтения — в скобках). Обозначив чёрный цвет за 0, а красный, синий и зелёный за 1, 2 и 3 соответственно, приведём пример:

$$\begin{array}{c}
 1(3(1), 3(2)) \\
 \xrightarrow{\quad} \bullet \xrightarrow{\quad} \bullet \xrightarrow{\quad} 3 \\
 \begin{array}{c}
 \text{---} \bullet \xrightarrow{\quad} \bullet \xrightarrow{\quad} \text{---} \\
 \text{---} \bullet \xrightarrow{\quad} \bullet \xrightarrow{\quad} \text{---} \\
 \text{---} \bullet \xrightarrow{\quad} \bullet \xrightarrow{\quad} \text{---}
 \end{array} \\
 0(e(0), 1(1), 2(2)) \quad 2(e(0), 3(1)) \quad \longrightarrow \quad e(0)1(1)2(3) - 3(1)3(2) - e(0)3(1)
 \end{array}$$

Рис. 12: Построение номенклатуры Никеля для $e(0)1(1)2(3)|3(1)3(2)|e(0)3(1)|$

Обратим внимание, что здесь нумерация вершин, отвечающая наименьшей номенклатуре, отличается от нумерации для нераскрашенного графа на рисунке 11: если бы нумерация осталась прежней, номенклатура была бы $e(0)1(3)2(1)|e(0)3(1)|3(1)3(2)|$, а это число больше чем приведённое на рисунке 12.

В Приложение: результаты вычисления диаграмм

Приведём поддиаграммные вклады в Z_1 , Z_3 . Это результаты вычисления диаграмм умноженные на их симметричные коэффициенты и отсортированные по величине вклада в коэффициент при ϵ^{-1} . Приведены как непосредственно вклады в Z , так и результаты вычисления диаграмм до R' -операции.

В.1 Вклады в Z_1

2 петли.

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 23 3 e	0.5	$\epsilon^{-2} \cdot 0.04166666(21) - \epsilon^{-1} \cdot 0.02777778(14)$
e12 23 3 e	0.5	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.04166667(21) + \epsilon^{-1} \cdot 0.09722222(14)$
R' e12 e3 33	0.5	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.00694444(15) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0127315(6)$
e12 e3 33	0.5	$\epsilon^{-2} \cdot 0.00694445(15) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0266204(6)$

3 петли.

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 23 4 45 5 e	0.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.01388880(16) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0162032(11) - \epsilon^{-1} \cdot 0.013694(4)$
e12 23 4 45 5 e	0.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.01388880(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0405088(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0644338(23)$
R' e12 e3 45 45 5	0.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.00231479(11) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0073302(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0077801(18)$
e12 e3 45 45 5	0.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.002314800(23) + \epsilon^{-2} \cdot 0.01697535(18) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0444815(11)$
R' e12 34 34 5 5 e	0.25	$\epsilon^{-2} \cdot 0.01388886(14) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0076102(4)$
e12 34 34 5 5 e	0.25	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.006944480(23) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0236398(4)$
R' e12 23 4 e5 55	1.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.00694437(18) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0127311(10) + \epsilon^{-1} \cdot 0.006172(4)$
e12 23 4 e5 55	1.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.00694437(7) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0208337(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.1152905(31)$
R' e12 e3 34 5 55	0.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.00038581(4) + \epsilon^{-2} \cdot 0.00212198(26) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0044155(11)$
e12 e3 34 5 55	0.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.000385813(19) + \epsilon^{-2} \cdot 0.00540129(20) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0397527(10)$
R' e12 34 35 e 55	0.25	$\epsilon^{-3} \cdot 0.001157414(22) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00347222(21) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0033115(7)$
e12 34 35 e 55	0.25	$\epsilon^{-3} \cdot 0.001157413(9) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00231482(8) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0153841(5)$
R' e12 34 35 4 5 e	1.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.01388880(21) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0231478(15) - \epsilon^{-1} \cdot 0.002699(5)$
e12 34 35 4 5 e	1.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.0138888000000(18) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0370367(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0378142(22)$
R' e12 e3 44 55 5	0.25	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.000385799(20) + \epsilon^{-2} \cdot 0.00070729(15) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0001394(10)$
e12 e3 44 55 5	0.25	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.000385800(9) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00980583(12) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0306887(9)$
R' e12 33 44 5 5 e	0.125	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.000192900(17) + \epsilon^{-2} \cdot 0.00035364(16) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0001232(9)$
e12 33 44 5 5 e	0.125	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.000192900(14) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00562630(15) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0153485(9)$

4 петли.

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 34 35 6 56 7 7 e	1.0	$\epsilon^{-2} \cdot 0.036210(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.01265(4)$
e12 34 35 6 56 7 7 e	1.0	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.012052(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.05975(4)$
R' e12 23 4 45 6 67 7 e	0.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0034732(4) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0066584(31) + \epsilon^{-2} \cdot 0.013001(19) - \epsilon^{-1} \cdot 0.01120(10)$
e12 23 4 45 6 67 7 e	0.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0034711(4) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0112806(30) - \epsilon^{-2} \cdot 0.017242(18) - \epsilon^{-1} \cdot 0.01194(10)$
R' e12 23 4 56 56 7 7 e	0.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.0086807(4) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0067438(34) - \epsilon^{-1} \cdot 0.007866(23)$
e12 23 4 56 56 7 7 e	0.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.0052085(4) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0216159(32) - \epsilon^{-1} \cdot 0.001940(23)$
R' e12 23 4 56 57 6 7 e	2.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.01041312(27) - \epsilon^{-3} \cdot 0.019086(4) - \epsilon^{-2} \cdot 0.007296(24) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00700(14)$
e12 23 4 56 57 6 7 e	2.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0104198400000(15) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0329954(29) - \epsilon^{-2} \cdot 0.022794(22) - \epsilon^{-1} \cdot 0.22399(14)$
R' e12 23 4 45 6 e7 77	1.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0020249(4) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0053956(35) - \epsilon^{-2} \cdot 0.007871(23) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00671(13)$
e12 23 4 45 6 e7 77	1.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00202596(35) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0036594(34) - \epsilon^{-2} \cdot 0.034229(23) + \epsilon^{-1} \cdot 0.18010(13)$
R' e12 e3 45 46 7 67 7	1.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00057849(25) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0027017(21) - \epsilon^{-2} \cdot 0.003878(13) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00637(7)$
e12 e3 45 46 7 67 7	1.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00057888(24) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0065598(20) - \epsilon^{-2} \cdot 0.013652(13) + \epsilon^{-1} \cdot 0.10835(7)$
R' e12 34 35 6 e5 7 77	1.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00057815(14) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0029865(14) - \epsilon^{-2} \cdot 0.007427(9) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00570(6)$
e12 34 35 6 e5 7 77	1.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00057924(14) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0010643(13) - \epsilon^{-2} \cdot 0.000778(9) + \epsilon^{-1} \cdot 0.06225(6)$
R' e12 34 35 6 67 67 e	0.5	$\epsilon^{-2} \cdot 0.020843(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.004937(32)$
e12 34 35 6 67 67 e	0.5	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.006934(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.036730(32)$
R' e12 e3 34 5 67 67 7	0.5	$\epsilon^{-4} \cdot 9.627(16) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-3} \cdot 0.0007208(16) + \epsilon^{-2} \cdot 0.002409(11) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00490(6)$
e12 e3 34 5 67 67 7	0.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 9.664(16) \cdot 10^{-5} + \epsilon^{-3} \cdot 0.0015619(16) - \epsilon^{-2} \cdot 0.016427(11) + \epsilon^{-1} \cdot 0.04490(6)$
R' e12 33 45 6 e7 67 7	1.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00144639(26) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0029865(31) + \epsilon^{-2} \cdot 0.000604(21) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00478(12)$
e12 33 45 6 e7 67 7	1.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00144708(25) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0053012(30) - \epsilon^{-2} \cdot 0.039732(21) + \epsilon^{-1} \cdot 0.15258(12)$

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 23 4 e5 67 67 7	1.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00231619(14) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0073396(10) - \epsilon^{-2} \cdot 0.008410(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.004099(21)$
e12 23 4 e5 67 67 7	1.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00231336000000(33) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0150560(4) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0692593(29) + \epsilon^{-1} \cdot 0.324983(17)$
R' e12 34 35 e 67 67 7	0.25	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00028936(8) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0014467(8) - \epsilon^{-2} \cdot 0.002877(6) + \epsilon^{-1} \cdot 0.004011(34)$
e12 34 35 e 67 67 7	0.25	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00028936(8) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0002894(8) + \epsilon^{-2} \cdot 0.006049(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.034723(34)$
R' e12 34 35 6 67 77 e	0.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.00115763(34) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0038193(28) + \epsilon^{-1} \cdot 0.003787(19)$
e12 34 35 6 67 77 e	0.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.00115764(34) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0039831(28) + \epsilon^{-1} \cdot 0.011941(19)$
R' e12 34 35 6 e6 77 7	0.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00028908(10) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0014936(8) - \epsilon^{-2} \cdot 0.004586(6) + \epsilon^{-1} \cdot 0.003156(33)$
e12 34 35 6 e6 77 7	0.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00028962(10) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0005318(8) - \epsilon^{-2} \cdot 0.000104(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.032810(33)$
R' e12 33 45 6 56 7 7 e	1.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00144615(26) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0029854(31) + \epsilon^{-2} \cdot 0.000603(22) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00300(13)$
e12 33 45 6 56 7 7 e	1.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00144732(25) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0053001(31) - \epsilon^{-2} \cdot 0.039732(21) + \epsilon^{-1} \cdot 0.15895(13)$
R' e12 e3 45 46 5 7 77	1.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00028854(35) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0014709(34) + \epsilon^{-2} \cdot 0.003088(23) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00295(13)$
e12 e3 45 46 5 7 77	1.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00029016(34) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0023230(34) - \epsilon^{-2} \cdot 0.034048(23) + \epsilon^{-1} \cdot 0.12593(13)$
R' e12 34 56 56 57 7 e	0.5	$\epsilon^{-2} \cdot 0.018106(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.002855(27)$
e12 34 56 56 57 7 e	0.5	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.006025(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.033342(27)$
R' e12 23 4 e5 56 7 77	1.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00038632(5) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0021236(5) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0045180(28) - \epsilon^{-1} \cdot 0.002473(15)$
e12 23 4 e5 56 7 77	1.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00038528000000(5) + \epsilon^{-3} \cdot 0.00572152(29) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0456410(23) + \epsilon^{-1} \cdot 0.179367(14)$
R' e12 34 56 e5 67 7 7	1.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00173555(30) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0054947(22) - \epsilon^{-2} \cdot 0.003149(13) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00234(7)$
e12 34 56 e5 67 7 7	1.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00173664(29) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0043431(21) + \epsilon^{-2} \cdot 0.005455(13) - \epsilon^{-1} \cdot 0.09823(7)$
R' e12 e3 34 5 56 7 77	0.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 1.605(11) \cdot 10^{-5} + \epsilon^{-3} \cdot 0.0001766(15) - \epsilon^{-2} \cdot 0.000898(11) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00211(6)$
e12 e3 34 5 56 7 77	0.5	$\epsilon^{-4} \cdot 1.610(11) \cdot 10^{-5} + \epsilon^{-3} \cdot 0.0012054(15) - \epsilon^{-2} \cdot 0.006217(11) + \epsilon^{-1} \cdot 0.03849(6)$

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 34 35 e 56 7 77	0.25	$\epsilon^{-4} \cdot 4.8232(18) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-3} \cdot 0.00040993(24) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0015370(20) - \epsilon^{-1} \cdot 0.002109(13)$
e12 34 35 e 56 7 77	0.25	$-\epsilon^{-4} \cdot 4.8220(14) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-3} \cdot 8.05(23) \cdot 10^{-6} + \epsilon^{-2} \cdot 0.0020572(20) - \epsilon^{-1} \cdot 0.025906(13)$
R' e12 e3 45 67 67 67	0.25	$\epsilon^{-3} \cdot 0.00086801(6) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0025425(9) + \epsilon^{-1} \cdot 0.002069(6)$
e12 e3 45 67 67 67	0.25	$\epsilon^{-3} \cdot 0.00028931(5) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0030661(9) - \epsilon^{-1} \cdot 0.003345(6)$
R' e12 34 35 6 e7 67 7	2.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00347103(13) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0109866(21) + \epsilon^{-2} \cdot 0.014516(14) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00200(8)$
e12 34 35 6 e7 67 7	2.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0034732800000(5) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0086886(18) + \epsilon^{-2} \cdot 0.003949(13) - \epsilon^{-1} \cdot 0.14812(8)$
R' e12 e3 45 67 56 7 7	0.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00057867(18) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0022656(18) - \epsilon^{-2} \cdot 0.004449(11) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00179(6)$
e12 e3 45 67 56 7 7	0.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00057870(17) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0064130(18) - \epsilon^{-2} \cdot 0.014560(11) + \epsilon^{-1} \cdot 0.08774(6)$
R' e12 34 56 e7 56 7 7	0.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.00520818(25) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0036019(14) + \epsilon^{-1} \cdot 0.001728(9)$
e12 34 56 e7 56 7 7	0.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.00173596(17) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0068998(13) - \epsilon^{-1} \cdot 0.007154(9)$
R' e12 34 56 45 7 6 7 e	0.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00173600(30) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0028939(22) - \epsilon^{-2} \cdot 0.006169(13) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00158(7)$
e12 34 56 45 7 6 7 e	0.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00173612(29) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0052072(22) + \epsilon^{-2} \cdot 0.002438(13) - \epsilon^{-1} \cdot 0.09551(7)$
R' e12 e3 45 45 6 7 77	0.25	$\epsilon^{-4} \cdot 4.825(6) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-3} \cdot 0.0003218(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.000884(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.001570(24)$
e12 e3 45 45 6 7 77	0.25	$-\epsilon^{-4} \cdot 4.820(6) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-3} \cdot 0.0005790(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.003596(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.035297(24)$
R' e12 34 56 e5 77 6 7	0.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00057845(17) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0013490(15) + \epsilon^{-2} \cdot 0.001389(10) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00128(6)$
e12 34 56 e5 77 6 7	0.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00057896(17) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0013516(14) + \epsilon^{-2} \cdot 0.011782(10) - \epsilon^{-1} \cdot 0.09407(6)$
R' e12 33 45 6 67 67 e	0.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0020256(6) - \epsilon^{-2} \cdot 0.003820(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00096(4)$
e12 33 45 6 67 67 e	0.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0014469(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.004022(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.06520(4)$
R' e12 e3 44 56 7 67 7	0.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00028941(21) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0008509(23) + \epsilon^{-2} \cdot 0.000588(16) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00096(9)$
e12 e3 44 56 7 67 7	0.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00028928(20) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0101745(23) + \epsilon^{-2} \cdot 0.032015(16) - \epsilon^{-1} \cdot 0.15367(9)$

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 23 4 56 57 e 77	0.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00086742(17) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0025534(14) - \epsilon^{-2} \cdot 0.001992(10) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00060(6)$
e12 23 4 56 57 e 77	0.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00086868(17) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0021726(14) + \epsilon^{-2} \cdot 0.014233(10) - \epsilon^{-1} \cdot 0.09131(6)$
R' e12 23 4 55 67 6 7 e	0.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00144681(26) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0022673(24) + \epsilon^{-2} \cdot 0.000919(16) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00038(9)$
e12 23 4 55 67 6 7 e	0.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00144666(25) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0048714(24) - \epsilon^{-2} \cdot 0.040913(16) + \epsilon^{-1} \cdot 0.17253(9)$
R' e12 33 45 6 e6 77 7	0.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00024099(16) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0007221(16) + \epsilon^{-2} \cdot 0.000438(12) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00026(7)$
e12 33 45 6 e6 77 7	0.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00024126(16) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0010436(16) - \epsilon^{-2} \cdot 0.002584(12) + \epsilon^{-1} \cdot 0.03109(7)$
R' e12 e3 34 5 66 77 7	0.25	$-\epsilon^{-4} \cdot 1.617(8) \cdot 10^{-5} + \epsilon^{-3} \cdot 8.88(8) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-2} \cdot 0.000170(6) + \epsilon^{-1} \cdot 0.000251(34)$
e12 e3 34 5 66 77 7	0.25	$\epsilon^{-4} \cdot 1.598(8) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-3} \cdot 0.0007525(8) + \epsilon^{-2} \cdot 0.004096(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.015369(34)$
R' e12 33 45 4 6 77 e7	0.25	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00014464(11) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0004339(11) + \epsilon^{-2} \cdot 0.000438(8) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00021(5)$
e12 33 45 4 6 77 e7	0.25	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00014471(11) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0012055(11) + \epsilon^{-2} \cdot 0.002397(8) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00713(5)$
R' e12 23 4 55 66 7 7 e	0.25	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00019264(16) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0003539(19) + \epsilon^{-2} \cdot 1.7(1.4) \cdot 10^{-5} + \epsilon^{-1} \cdot 0.00020(8)$
e12 23 4 55 66 7 7 e	0.25	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00019316(16) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0054658(19) + \epsilon^{-2} \cdot 0.023194(14) - \epsilon^{-1} \cdot 0.08878(8)$
R' e12 33 45 6 57 7 e7	0.25	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00014447(14) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0004257(15) + \epsilon^{-2} \cdot 0.000397(10) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00017(6)$
e12 33 45 6 57 7 e7	0.25	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00014488(14) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0058109(15) + \epsilon^{-2} \cdot 0.015067(10) - \epsilon^{-1} \cdot 0.07093(6)$
R' e12 e3 45 67 66 77	0.125	$-\epsilon^{-4} \cdot 8.05(4) \cdot 10^{-6} + \epsilon^{-3} \cdot 4.40(6) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-2} \cdot 0.000106(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.000156(22)$
e12 e3 45 67 66 77	0.125	$\epsilon^{-4} \cdot 8.03(4) \cdot 10^{-6} - \epsilon^{-3} \cdot 0.0003766(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.002141(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.007811(22)$
R' e12 33 45 4 6 e7 77	0.25	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00014456(11) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0004340(10) + \epsilon^{-2} \cdot 0.000438(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00014(4)$
e12 33 45 4 6 e7 77	0.25	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00014479(11) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0012057(10) + \epsilon^{-2} \cdot 0.002484(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00708(4)$
R' e12 34 35 6 57 7 e7	1.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.0069438(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.001330(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.000133(30)$
e12 34 35 6 57 7 e7	1.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.0069439(5) + \epsilon^{-2} \cdot 0.031074(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.019854(29)$

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 23 4 e5 66 77 7	0.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00038555(22) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0007109(24) - \epsilon^{-2} \cdot 3.3(1.8) \cdot 10^{-5} + \epsilon^{-1} \cdot 0.00011(10)$
e12 23 4 e5 66 77 7	0.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00038604(22) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0094881(24) + \epsilon^{-2} \cdot 0.043564(18) - \epsilon^{-1} \cdot 0.17702(10)$
R' e12 e3 44 56 5 7 77	0.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 4.821(14) \cdot 10^{-5} + \epsilon^{-3} \cdot 0.0002371(22) - \epsilon^{-2} \cdot 0.000346(16) - \epsilon^{-1} \cdot 8(9) \cdot 10^{-5}$
e12 e3 44 56 5 7 77	0.5	$\epsilon^{-4} \cdot 4.824(14) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-3} \cdot 0.0018634(22) + \epsilon^{-2} \cdot 0.014327(16) - \epsilon^{-1} \cdot 0.04817(9)$
R' e12 e3 44 55 6 7 77	0.125	$-\epsilon^{-4} \cdot 2.409(4) \cdot 10^{-5} + \epsilon^{-3} \cdot 4.35(7) \cdot 10^{-5} + \epsilon^{-2} \cdot 1.2(5) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-1} \cdot 6.8(3.3) \cdot 10^{-5}$
e12 e3 44 55 6 7 77	0.125	$\epsilon^{-4} \cdot 2.413(4) \cdot 10^{-5} + \epsilon^{-3} \cdot 0.0025994(7) - \epsilon^{-2} \cdot 0.008378(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.035341(32)$
R' e12 33 45 6 67 77 e	0.25	$-\epsilon^{-4} \cdot 2.417(7) \cdot 10^{-5} + \epsilon^{-3} \cdot 0.0001188(13) - \epsilon^{-2} \cdot 0.000189(10) + \epsilon^{-1} \cdot 6(6) \cdot 10^{-5}$
e12 33 45 6 67 77 e	0.25	$\epsilon^{-4} \cdot 2.406(7) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-3} \cdot 0.0011727(13) + \epsilon^{-2} \cdot 0.008409(10) - \epsilon^{-1} \cdot 0.02658(6)$
R' e12 34 35 e 66 77 7	0.125	$\epsilon^{-4} \cdot 4.825(4) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-3} \cdot 0.0001450(4) + \epsilon^{-2} \cdot 7.3(3.3) \cdot 10^{-6} - \epsilon^{-1} \cdot 1.8(2.1) \cdot 10^{-5}$
e12 34 35 e 66 77 7	0.125	$-\epsilon^{-4} \cdot 4.820(4) \cdot 10^{-5} + \epsilon^{-3} \cdot 8.00(4) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-2} \cdot 0.0026751(33) + \epsilon^{-1} \cdot 0.018973(21)$
R' e12 33 44 5 6 e7 77	0.125	$-\epsilon^{-4} \cdot 2.414(5) \cdot 10^{-5} + \epsilon^{-3} \cdot 4.43(9) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-2} \cdot 1.0(7) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-1} \cdot 2(4) \cdot 10^{-5}$
e12 33 44 5 6 e7 77	0.125	$\epsilon^{-4} \cdot 2.408(5) \cdot 10^{-5} + \epsilon^{-3} \cdot 0.0032432(9) - \epsilon^{-2} \cdot 0.009050(7) + \epsilon^{-1} \cdot 0.03718(4)$

В.2 Вклады в Z_3

2 петли.

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 e3 34 4 e	3.0	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.3750000(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.187500(4)$
e12 e3 34 4 e	3.0	$\epsilon^{-2} \cdot 0.3750000(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.937500(4)$
R' e12 34 34 e e	0.5	$\epsilon^{-1} \cdot 0.1250000(12)$
e12 34 34 e e	0.5	$\epsilon^{-1} \cdot 0.1250000(12)$
R' e12 e3 e4 44	1.5	$\epsilon^{-2} \cdot 0.06250001(27) - \epsilon^{-1} \cdot 0.072917(4)$
e12 e3 e4 44	1.5	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.06249999(27) - \epsilon^{-1} \cdot 0.093750(4)$

3 петли.

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 34 35 6 e5 6 e	3.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.4343620(14)$
e12 34 35 6 e5 6 e	3.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.4343620(14)$

Номенклатура	симм. К-Т	γ
R' e12 e3 34 5 56 6 e	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0624995(4) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0937458(34) + \epsilon^{-1} \cdot 0.187483(16)$
e12 e3 34 5 56 6 e	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.06249904(34) - \epsilon^{-2} \cdot 0.1874958(19) + \epsilon^{-1} \cdot 0.490039(12)$
R' e12 34 35 6 e6 e6	1.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.1666667(6)$
e12 34 35 6 e6 e6	1.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.1666667(6)$
R' e12 23 4 e5 56 6 e	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.1249990(5) - \epsilon^{-2} \cdot 0.062491(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.156287(22)$
e12 23 4 e5 56 6 e	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.1249981(5) - \epsilon^{-2} \cdot 0.4374913(30) + \epsilon^{-1} \cdot 0.730075(18)$
R' e12 e3 45 46 5 6 e	6.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.1250002(9) - \epsilon^{-2} \cdot 0.187501(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.124996(28)$
e12 e3 45 46 5 6 e	6.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.1250002(6) - \epsilon^{-2} \cdot 0.3750010(35) + \epsilon^{-1} \cdot 0.480116(20)$
R' e12 e3 34 5 e6 66	3.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.02083337(32) + \epsilon^{-2} \cdot 0.059028(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.092593(12)$
e12 e3 34 5 e6 66	3.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.02083336(16) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0486112(16) - \epsilon^{-1} \cdot 0.410926(10)$
R' e12 e3 44 56 5 6 e	3.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.0416667(4) + \epsilon^{-2} \cdot 0.034722(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.054398(25)$
e12 e3 44 56 5 6 e	3.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.04166672(25) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0902776(21) + \epsilon^{-1} \cdot 0.793701(19)$
R' e12 34 56 e5 e6 6	1.0	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.0416667(13) - \epsilon^{-1} \cdot 0.040621(5)$
e12 34 56 e5 e6 6	1.0	$\epsilon^{-2} \cdot 0.0833334(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.6187720(33)$
R' e12 e3 e4 56 56 6	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.0208334(4) + \epsilon^{-2} \cdot 0.052084(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.039932(14)$
e12 e3 e4 56 56 6	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.02083344(10) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0729164(9) + \epsilon^{-1} \cdot 0.177806(9)$
R' e12 33 45 6 e6 e6	1.5	$\epsilon^{-2} \cdot 0.0208334(8) - \epsilon^{-1} \cdot 0.038195(6)$
e12 33 45 6 e6 e6	1.5	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.0416666(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.146714(6)$
R' e12 23 4 56 56 e e	1.5	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.0625000(19) + \epsilon^{-1} \cdot 0.031250(7)$
e12 23 4 56 56 e e	1.5	$\epsilon^{-2} \cdot 0.1250000(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.8359772(34)$
R' e12 e3 e4 45 6 66	1.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.00347223(24) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0167825(17) + \epsilon^{-1} \cdot 0.029321(7)$
e12 e3 e4 45 6 66	1.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.00347224(9) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0358797(12) + \epsilon^{-1} \cdot 0.265468(6)$
R' e12 23 4 e5 e6 66	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.02083337(19) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0173611(22) + \epsilon^{-1} \cdot 0.027200(13)$
e12 23 4 e5 e6 66	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.02083336(13) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0451388(11) + \epsilon^{-1} \cdot 0.396851(10)$
R' e12 e3 45 46 e 66	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.01041665(15) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0295137(20) - \epsilon^{-1} \cdot 0.025463(5)$
e12 e3 45 46 e 66	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.01041664(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0243054(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.148805(4)$
R' e12 e3 44 55 6 6 e	0.75	$\epsilon^{-3} \cdot 0.00347224(4) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0040510(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.003183(10)$
e12 e3 44 55 6 6 e	0.75	$\epsilon^{-3} \cdot 0.003472240(28) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0489004(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.165852(10)$
R' e12 e3 e4 55 66 6	0.75	$\epsilon^{-3} \cdot 0.00347222(5) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0040509(8) - \epsilon^{-1} \cdot 0.003183(13)$
e12 e3 e4 55 66 6	0.75	$\epsilon^{-3} \cdot 0.00347222(4) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0489005(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.165852(12)$

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 e3 45 45 6 6 e	1.5	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.1250000(18) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0015689(31)$
e12 e3 45 45 6 6 e	1.5	$\epsilon^{-2} \cdot 0.06250000(30) - \epsilon^{-1} \cdot 0.2796811(17)$

4 петли.

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 34 35 6 67 78 8 e e	6.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.488742(30)$
e12 34 35 6 67 78 8 e e	6.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.488742(30)$
R' e12 34 35 6 e7 78 78 e	6.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.488720(26)$
e12 34 35 6 e7 78 78 e	6.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.488720(26)$
R' e12 34 35 6 e7 68 7 8 e	3.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.331409(21)$
e12 34 35 6 e7 68 7 8 e	3.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.331409(21)$
R' e12 34 35 6 e7 67 8 8 e	3.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.325770(21)$
e12 34 35 6 e7 67 8 8 e	3.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.325770(21)$
R' e12 34 56 e5 67 8 7 8 e	6.0	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.108575(34) - \epsilon^{-1} \cdot 0.29560(32)$
e12 34 56 e5 67 8 7 8 e	6.0	$\epsilon^{-2} \cdot 0.325787(34) - \epsilon^{-1} \cdot 4.04888(32)$
R' e12 34 56 e7 56 7 8 8 e	3.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.2443800(16)$
e12 34 56 e7 56 7 8 8 e	3.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.2443800(16)$
R' e12 e3 45 67 e8 68 7 8	6.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0156263(9) + \epsilon^{-3} \cdot 0.046879(6) - \epsilon^{-2} \cdot 0.136754(34) - \epsilon^{-1} \cdot 0.21928(14)$
e12 e3 45 67 e8 68 7 8	6.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0156233(7) - \epsilon^{-3} \cdot 0.046867(5) + \epsilon^{-2} \cdot 0.025598(26) + \epsilon^{-1} \cdot 0.50953(13)$
R' e12 34 56 e7 58 7 78 e	3.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.2064282(19)$
e12 34 56 e7 58 7 78 e	3.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.2064282(19)$
R' e12 34 35 6 57 8 78 e e	3.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.206411(12)$
e12 34 35 6 57 8 78 e e	3.0	$\epsilon^{-1} \cdot 0.206411(12)$
R' e12 34 35 6 e7 78 e8 8	6.0	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.108584(34) - \epsilon^{-1} \cdot 0.17044(32)$
e12 34 35 6 e7 78 e8 8	6.0	$\epsilon^{-2} \cdot 0.325778(34) - \epsilon^{-1} \cdot 3.92372(32)$
R' e12 23 4 e5 67 67 8 8 e	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.078122(8) - \epsilon^{-2} \cdot 0.02380(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.14619(33)$
e12 23 4 e5 67 67 8 8 e	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.046872(8) - \epsilon^{-2} \cdot 0.25661(6) + \epsilon^{-1} \cdot 0.46148(33)$
R' e12 e3 45 46 7 e8 78 8	6.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0156269(9) + \epsilon^{-3} \cdot 0.046884(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.050719(34) + \epsilon^{-1} \cdot 0.13465(14)$
e12 e3 45 46 7 e8 78 8	6.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0156233(7) - \epsilon^{-3} \cdot 0.046867(5) - \epsilon^{-2} \cdot 0.036902(26) + \epsilon^{-1} \cdot 1.23843(13)$
R' e12 e3 45 46 7 67 8 8 e	6.0	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.325776(10) - \epsilon^{-1} \cdot 0.12866(7)$
e12 e3 45 46 7 67 8 8 e	6.0	$\epsilon^{-2} \cdot 0.108586(10) - \epsilon^{-1} \cdot 0.78020(7)$
R' e12 e3 34 5 56 7 78 8 e	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0078122(4) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0234339(32) - \epsilon^{-2} \cdot 0.099594(19) + \epsilon^{-1} \cdot 0.12301(9)$
e12 e3 34 5 56 7 78 8 e	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00781236(32) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0234365(24) + \epsilon^{-2} \cdot 0.106573(15) - \epsilon^{-1} \cdot 0.68008(8)$

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 34 35 6 e7 e8 78 8	3.0	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.062499(21) - \epsilon^{-1} \cdot 0.11771(20)$
e12 34 35 6 e7 e8 78 8	3.0	$\epsilon^{-2} \cdot 0.187501(21) - \epsilon^{-1} \cdot 2.30797(20)$
R' e12 e3 34 5 e6 78 78 8	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0052083(5) - \epsilon^{-3} \cdot 0.025174(5) + \epsilon^{-2} \cdot 0.058303(23) - \epsilon^{-1} \cdot 0.10537(8)$
e12 e3 34 5 e6 78 78 8	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00520848(29) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0078125(23) - \epsilon^{-2} \cdot 0.182399(14) + \epsilon^{-1} \cdot 1.18236(7)$
R' e12 34 35 6 78 78 e7 e	1.5	$\epsilon^{-1} \cdot 0.103208(5)$
e12 34 35 6 78 78 e7 e	1.5	$\epsilon^{-1} \cdot 0.103208(5)$
R' e12 23 4 56 78 e7 e8 8	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0312514(26) + \epsilon^{-2} \cdot 0.007408(15) - \epsilon^{-1} \cdot 0.10256(8)$
e12 23 4 56 78 e7 e8 8	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0937514(16) - \epsilon^{-2} \cdot 0.889501(12) + \epsilon^{-1} \cdot 5.41211(8)$
R' e12 23 4 56 78 e7 78 e	3.0	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.054294(23) + \epsilon^{-1} \cdot 0.10234(22)$
e12 23 4 56 78 e7 78 e	3.0	$\epsilon^{-2} \cdot 0.162887(23) - \epsilon^{-1} \cdot 1.77430(22)$
R' e12 23 4 e5 67 68 8 e8	6.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0468685(9) + \epsilon^{-3} \cdot 0.062460(7) + \epsilon^{-2} \cdot 0.04316(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.09388(21)$
e12 23 4 e5 67 68 8 e8	6.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0468806(7) - \epsilon^{-3} \cdot 0.187532(5) + \epsilon^{-2} \cdot 0.170876(34) + \epsilon^{-1} \cdot 2.44871(18)$
R' e12 23 4 e5 67 68 7 8 e	6.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0468685(9) + \epsilon^{-3} \cdot 0.062464(7) + \epsilon^{-2} \cdot 0.04313(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.09363(21)$
e12 23 4 e5 67 68 7 8 e	6.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0468806(7) - \epsilon^{-3} \cdot 0.187528(5) + \epsilon^{-2} \cdot 0.170846(34) + \epsilon^{-1} \cdot 2.44895(19)$
R' e12 e3 45 46 7 78 78 e	3.0	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.187502(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.08493(4)$
e12 e3 45 46 7 78 78 e	3.0	$\epsilon^{-2} \cdot 0.062498(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.45993(4)$
R' e12 23 4 45 6 78 78 e e	1.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0078145(10) - \epsilon^{-2} \cdot 0.015642(7) + \epsilon^{-1} \cdot 0.08408(4)$
e12 23 4 45 6 78 78 e e	1.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0234395(8) - \epsilon^{-2} \cdot 0.193386(7) + \epsilon^{-1} \cdot 1.14352(4)$
R' e12 23 4 56 57 8 e7 8 e	6.0	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.10860(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0795(4)$
e12 23 4 56 57 8 e7 8 e	6.0	$\epsilon^{-2} \cdot 0.32576(5) - \epsilon^{-1} \cdot 3.6738(4)$
R' e12 23 4 e5 56 7 78 8 e	6.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0468715(15) + \epsilon^{-3} \cdot 0.062480(11) - \epsilon^{-2} \cdot 0.01947(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.07828(31)$
e12 23 4 e5 56 7 78 8 e	6.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0468770(14) - \epsilon^{-3} \cdot 0.187507(10) + \epsilon^{-2} \cdot 0.35822(6) + \epsilon^{-1} \cdot 0.12931(29)$
R' e12 23 4 56 57 8 e8 e8	3.0	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.062511(27) + \epsilon^{-1} \cdot 0.07753(26)$
e12 23 4 56 57 8 e8 e8	3.0	$\epsilon^{-2} \cdot 0.187489(27) - \epsilon^{-1} \cdot 2.11273(26)$
R' e12 e3 45 46 5 7 78 8 e	6.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0312497(9) + \epsilon^{-3} \cdot 0.046871(7) + \epsilon^{-2} \cdot 0.08596(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.07455(19)$
e12 e3 45 46 5 7 78 8 e	6.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0312490(6) - \epsilon^{-3} \cdot 0.109365(5) + \epsilon^{-2} \cdot 0.176262(30) - \epsilon^{-1} \cdot 0.30961(16)$

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 e3 34 5 67 68 7 8 e	6.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0156227(7) + \epsilon^{-3} \cdot 0.046863(6) - \epsilon^{-2} \cdot 0.011653(31) + \epsilon^{-1} \cdot 0.07319(13)$
e12 e3 34 5 67 68 7 8 e	6.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0156269(4) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0468835(33) + \epsilon^{-2} \cdot 0.150707(21) - \epsilon^{-1} \cdot 1.15804(12)$
R' e12 e3 45 67 e6 78 8 8	6.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0156269(9) + \epsilon^{-3} \cdot 0.046884(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.050720(34) + \epsilon^{-1} \cdot 0.07214(14)$
e12 e3 45 67 e6 78 8 8	6.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0156233(7) - \epsilon^{-3} \cdot 0.046867(5) - \epsilon^{-2} \cdot 0.036901(26) + \epsilon^{-1} \cdot 1.17591(13)$
R' e12 33 45 6 e7 78 78 e	3.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 0(7) \cdot 10^{-6} + \epsilon^{-2} \cdot 0.01811(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.07045(29)$
e12 33 45 6 e7 78 78 e	3.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 0(7) \cdot 10^{-6} - \epsilon^{-2} \cdot 0.05428(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.39604(29)$
R' e12 33 45 6 e7 67 8 8 e	3.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 2(7) \cdot 10^{-6} + \epsilon^{-2} \cdot 0.02085(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.06761(30)$
e12 33 45 6 e7 67 8 8 e	3.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 2(7) \cdot 10^{-6} - \epsilon^{-2} \cdot 0.06248(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.49797(30)$
R' e12 e3 45 67 e5 8 78 8	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0156226(7) - \epsilon^{-3} \cdot 0.032103(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.001509(33) + \epsilon^{-1} \cdot 0.06740(16)$
e12 e3 45 67 e5 8 78 8	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0156276(5) - \epsilon^{-3} \cdot 0.065089(4) + \epsilon^{-2} \cdot 0.448677(26) - \epsilon^{-1} \cdot 2.58046(13)$
R' e12 e3 34 5 56 7 e8 88	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0026034(18) - \epsilon^{-3} \cdot 0.013013(17) + \epsilon^{-2} \cdot 0.04706(10) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0673(5)$
e12 e3 34 5 56 7 e8 88	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0026048(18) + \epsilon^{-3} \cdot 0.006083(17) - \epsilon^{-2} \cdot 0.03151(10) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0685(5)$
R' e12 34 56 e7 58 8 e7 8	1.0	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.020834(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.06637(7)$
e12 34 56 e7 58 8 e7 8	1.0	$\epsilon^{-2} \cdot 0.062499(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.79646(7)$
R' e12 e3 45 45 6 7 78 8 e	1.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0156258(35) - \epsilon^{-2} \cdot 0.011915(25) + \epsilon^{-1} \cdot 0.06623(15)$
e12 e3 45 45 6 7 78 8 e	1.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0156259(34) - \epsilon^{-2} \cdot 0.089256(25) + \epsilon^{-1} \cdot 0.26935(15)$
R' e12 23 4 56 57 e 78 8 e	1.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.015628(12) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00785(10) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0661(6)$
e12 23 4 56 57 e 78 8 e	1.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.046878(12) - \epsilon^{-2} \cdot 0.41021(9) + \epsilon^{-1} \cdot 2.2696(6)$
R' e12 e3 45 67 67 68 8 e	3.0	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.1628854(10) - \epsilon^{-1} \cdot 0.064347(5)$
e12 e3 45 67 67 68 8 e	3.0	$\epsilon^{-2} \cdot 0.0542956(8) - \epsilon^{-1} \cdot 0.390119(5)$
R' e12 e3 45 67 e8 67 8 8	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0468752(20) - \epsilon^{-2} \cdot 0.024615(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.063777(20)$
e12 e3 45 67 e8 67 8 8	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0156252(4) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0699209(28) + \epsilon^{-1} \cdot 0.088430(17)$
R' e12 e3 34 5 67 67 8 8 e	1.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0234370(20) - \epsilon^{-2} \cdot 0.012303(13) + \epsilon^{-1} \cdot 0.06185(7)$
e12 e3 34 5 67 67 8 8 e	1.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0078120(18) - \epsilon^{-2} \cdot 0.034956(13) + \epsilon^{-1} \cdot 0.13795(7)$

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 e3 45 46 7 68 8 e8	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.031254(5) + \epsilon^{-2} \cdot 0.04529(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.05789(21)$
e12 e3 45 46 7 68 8 e8	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.031254(5) - \epsilon^{-2} \cdot 0.20157(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.60239(21)$
R' e12 e3 45 67 56 7 8 8 e	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.031252(6) - \epsilon^{-2} \cdot 0.02382(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.05513(22)$
e12 e3 45 67 56 7 8 8 e	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.031252(5) - \epsilon^{-2} \cdot 0.17850(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.35111(22)$
R' e12 33 45 6 e7 68 7 8 e	3.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 3(5) \cdot 10^{-6} + \epsilon^{-2} \cdot 0.01812(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.04958(22)$
e12 33 45 6 e7 68 7 8 e	3.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 3(5) \cdot 10^{-6} - \epsilon^{-2} \cdot 0.05428(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.44456(22)$
R' e12 33 45 6 67 78 8 e e	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 2(5) \cdot 10^{-6} + \epsilon^{-2} \cdot 0.01810(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.04946(22)$
e12 33 45 6 67 78 8 e e	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 2(5) \cdot 10^{-6} - \epsilon^{-2} \cdot 0.05430(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.44467(22)$
R' e12 e3 34 5 e6 67 8 88	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0008678(7) + \epsilon^{-3} \cdot 0.007240(11) - \epsilon^{-2} \cdot 0.02827(7) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0468(4)$
e12 e3 34 5 e6 67 8 88	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0008683(6) - \epsilon^{-3} \cdot 0.000283(11) - \epsilon^{-2} \cdot 0.03852(7) + \epsilon^{-1} \cdot 0.5016(4)$
R' e12 e3 e4 56 57 8 78 8	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0052082(8) - \epsilon^{-3} \cdot 0.020829(12) + \epsilon^{-2} \cdot 0.02212(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0462(4)$
e12 e3 e4 56 57 8 78 8	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0052085(7) - \epsilon^{-3} \cdot 0.031246(12) + \epsilon^{-2} \cdot 0.05525(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.5765(4)$
R' e12 23 4 56 57 e e8 88	3.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.010418(15) + \epsilon^{-2} \cdot 0.01216(9) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0455(5)$
e12 23 4 56 57 e e8 88	3.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.031251(14) + \epsilon^{-2} \cdot 0.14846(9) - \epsilon^{-1} \cdot 0.4453(5)$
R' e12 e3 45 67 56 8 7 8 e	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0156242(28) + \epsilon^{-3} \cdot 0.023433(19) + \epsilon^{-2} \cdot 0.07423(11) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0401(6)$
e12 e3 45 67 56 8 7 8 e	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0156254(27) - \epsilon^{-3} \cdot 0.054687(18) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00560(11) + \epsilon^{-1} \cdot 1.0900(6)$
R' e12 34 35 e e6 78 78 8	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.005210(9) + \epsilon^{-2} \cdot 0.01997(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.03836(33)$
e12 34 35 e e6 78 78 8	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.015627(9) + \epsilon^{-2} \cdot 0.05340(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.26033(33)$
R' e12 33 45 4 6 78 78 e e	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.0026051(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.010425(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.036748(24)$
e12 33 45 4 6 78 78 e e	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.0078134(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.059257(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.429151(24)$
R' e12 e3 e4 45 6 78 78 8	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00086790(35) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0059293(25) - \epsilon^{-2} \cdot 0.01811(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.03416(24)$
e12 e3 e4 45 6 78 78 8	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00086820(29) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0099850(21) + \epsilon^{-2} \cdot 0.10950(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.34042(24)$
R' e12 23 4 e5 e6 78 78 8	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00781344(34) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0160654(31) + \epsilon^{-2} \cdot 0.000831(17) + \epsilon^{-1} \cdot 0.03336(8)$
e12 23 4 e5 e6 78 78 8	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00781164(25) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0325583(22) + \epsilon^{-2} \cdot 0.224416(14) - \epsilon^{-1} \cdot 1.29057(7)$

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 e3 45 46 e 78 78 8	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0026040(9) - \epsilon^{-3} \cdot 0.012586(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.02394(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.03274(19)$
e12 e3 45 46 e 78 78 8	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0026044(8) + \epsilon^{-3} \cdot 0.003907(6) - \epsilon^{-2} \cdot 0.05767(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.32520(19)$
R' e12 23 4 e5 56 7 e8 88	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00781214(28) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0190947(32) + \epsilon^{-2} \cdot 0.009608(18) + \epsilon^{-1} \cdot 0.03078(10)$
e12 23 4 e5 56 7 e8 88	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00781272(21) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0260428(22) - \epsilon^{-2} \cdot 0.182339(16) + \epsilon^{-1} \cdot 1.17083(10)$
R' e12 23 4 e5 56 7 88 e8	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00781214(28) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0190954(32) + \epsilon^{-2} \cdot 0.009614(17) + \epsilon^{-1} \cdot 0.03074(10)$
e12 23 4 e5 56 7 88 e8	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00781272(21) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0260420(22) - \epsilon^{-2} \cdot 0.182333(16) + \epsilon^{-1} \cdot 1.17079(10)$
R' e12 34 56 e7 e8 78 78	0.5	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.0156243(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.030471(4)$
e12 34 56 e7 e8 78 78	0.5	$\epsilon^{-2} \cdot 0.0156257(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.175009(4)$
R' e12 e3 44 56 7 78 78 e	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.0130220(16) + \epsilon^{-2} \cdot 0.009182(24) + \epsilon^{-1} \cdot 0.03030(16)$
e12 e3 44 56 7 78 78 e	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.0078136(16) - \epsilon^{-2} \cdot 0.014517(24) + \epsilon^{-1} \cdot 0.37537(16)$
R' e12 e3 45 46 5 7 e8 88	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0052073(18) - \epsilon^{-3} \cdot 0.011283(18) - \epsilon^{-2} \cdot 0.01144(11) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0299(6)$
e12 e3 45 46 5 7 e8 88	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0052094(18) + \epsilon^{-3} \cdot 0.014759(17) - \epsilon^{-2} \cdot 0.15955(11) + \epsilon^{-1} \cdot 1.3429(6)$
R' e12 e3 45 46 5 7 88 e8	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0052080(18) - \epsilon^{-3} \cdot 0.011286(18) - \epsilon^{-2} \cdot 0.01141(11) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0297(6)$
e12 e3 45 46 5 7 88 e8	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0052087(18) + \epsilon^{-3} \cdot 0.014756(17) - \epsilon^{-2} \cdot 0.15951(11) + \epsilon^{-1} \cdot 1.3428(6)$
R' e12 34 35 6 e7 88 e7 8	3.0	$\epsilon^{-2} \cdot 0.018096(21) - \epsilon^{-1} \cdot 0.02859(16)$
e12 34 35 6 e7 88 e7 8	3.0	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.054298(21) + \epsilon^{-1} \cdot 0.50930(16)$
R' e12 e3 45 46 7 e6 8 88	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0026029(14) - \epsilon^{-3} \cdot 0.013017(9) + \epsilon^{-2} \cdot 0.02105(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.02727(26)$
e12 e3 45 46 7 e6 8 88	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0026054(14) + \epsilon^{-3} \cdot 0.006080(9) + \epsilon^{-2} \cdot 0.00498(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.30600(26)$
R' e12 e3 45 45 6 7 e8 88	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.005208(5) + \epsilon^{-2} \cdot 0.014391(30) - \epsilon^{-1} \cdot 0.02547(17)$
e12 e3 45 45 6 7 e8 88	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.005208(5) + \epsilon^{-2} \cdot 0.026282(30) - \epsilon^{-1} \cdot 0.16417(17)$

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 33 45 6 e7 e8 78 8	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.005210(8) + \epsilon^{-2} \cdot 0.00224(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.02534(28)$
e12 33 45 6 e7 e8 78 8	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.015627(8) + \epsilon^{-2} \cdot 0.08576(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.34768(28)$
R' e12 33 45 6 57 8 78 e e	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.005213(8) + \epsilon^{-2} \cdot 0.00226(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.02524(28)$
e12 33 45 6 57 8 78 e e	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.015629(8) + \epsilon^{-2} \cdot 0.08578(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.34778(28)$
R' e12 e3 45 67 e5 6 8 88	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00260448(27) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0104186(24) - \epsilon^{-2} \cdot 0.007455(17) - \epsilon^{-1} \cdot 0.02476(10)$
e12 e3 45 67 e5 6 8 88	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.002603880000(4) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0381918(15) + \epsilon^{-2} \cdot 0.332257(13) - \epsilon^{-1} \cdot 1.63055(8)$
R' e12 34 56 57 68 8 7 e e	0.5	$\epsilon^{-1} \cdot 0.02352854(19)$
e12 34 56 57 68 8 7 e e	0.5	$\epsilon^{-1} \cdot 0.02352854(19)$
R' e12 23 4 e5 67 68 e 88	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0078099(25) - \epsilon^{-3} \cdot 0.019085(17) + \epsilon^{-2} \cdot 0.00437(10) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0221(5)$
e12 23 4 e5 67 68 e 88	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0078149(25) + \epsilon^{-3} \cdot 0.026052(17) - \epsilon^{-2} \cdot 0.13092(10) + \epsilon^{-1} \cdot 0.6387(5)$
R' e12 34 35 e e6 67 8 88	1.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0008682(6) - \epsilon^{-2} \cdot 0.006368(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.021878(25)$
e12 34 35 e e6 67 8 88	1.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0026044(6) - \epsilon^{-2} \cdot 0.031904(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.271587(24)$
R' e12 e3 34 5 67 68 e 88	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0013016(7) - \epsilon^{-3} \cdot 0.006509(5) + \epsilon^{-2} \cdot 0.015735(30) - \epsilon^{-1} \cdot 0.02160(16)$
e12 e3 34 5 67 68 e 88	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0013025(7) + \epsilon^{-3} \cdot 0.003039(5) - \epsilon^{-2} \cdot 0.013131(29) + \epsilon^{-1} \cdot 0.01189(16)$
R' e12 e3 45 46 7 78 88 e	3.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.010418(7) + \epsilon^{-2} \cdot 0.02879(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.01966(27)$
e12 e3 45 46 7 78 88 e	3.0	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.010418(7) + \epsilon^{-2} \cdot 0.05257(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.24482(27)$
R' e12 34 35 e 67 68 7 8 e	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0156256(16) - \epsilon^{-2} \cdot 0.031254(11) - \epsilon^{-1} \cdot 0.01950(7)$
e12 34 35 e 67 68 7 8 e	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0468756(11) - \epsilon^{-2} \cdot 0.386743(10) + \epsilon^{-1} \cdot 2.09938(6)$
R' e12 33 45 6 e7 78 e8 8	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0078134(4) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0121572(34) - \epsilon^{-2} \cdot 0.004825(22) + \epsilon^{-1} \cdot 0.01912(11)$
e12 33 45 6 e7 78 e8 8	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0078116(4) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0260456(30) + \epsilon^{-2} \cdot 0.318587(19) - \epsilon^{-1} \cdot 1.93585(10)$

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 e3 44 56 7 e8 78 8	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0078134(4) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0121576(33) - \epsilon^{-2} \cdot 0.004820(21) + \epsilon^{-1} \cdot 0.01909(11)$
e12 e3 44 56 7 e8 78 8	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0078116(4) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0260460(29) + \epsilon^{-2} \cdot 0.318592(18) - \epsilon^{-1} \cdot 1.93588(10)$
R' e12 e3 44 56 7 67 8 8 e	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0078134(4) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0121578(33) - \epsilon^{-2} \cdot 0.004819(21) + \epsilon^{-1} \cdot 0.01909(11)$
e12 e3 44 56 7 67 8 8 e	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0078116(4) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0260462(29) + \epsilon^{-2} \cdot 0.318592(18) - \epsilon^{-1} \cdot 1.93588(9)$
R' e12 e3 e4 56 57 6 8 88	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0026036(8) + \epsilon^{-3} \cdot 0.011571(8) - \epsilon^{-2} \cdot 0.02114(9) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0173(5)$
e12 e3 e4 56 57 6 8 88	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0026047(7) - \epsilon^{-3} \cdot 0.017363(8) + \epsilon^{-2} \cdot 0.23164(9) - \epsilon^{-1} \cdot 0.9336(5)$
R' e12 e3 45 46 e 67 8 88	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00043402(13) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0036169(11) - \epsilon^{-2} \cdot 0.013251(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.016973(13)$
e12 e3 45 46 e 67 8 88	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00043404000000(6) - \epsilon^{-3} \cdot 0.00014472(22) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0158780(14) + \epsilon^{-1} \cdot 0.210758(10)$
R' e12 23 4 e5 67 88 e7 8	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0156230(4) - \epsilon^{-3} \cdot 0.011278(5) - \epsilon^{-2} \cdot 0.020117(33) + \epsilon^{-1} \cdot 0.01605(18)$
e12 23 4 e5 67 88 e7 8	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.01562688(29) - \epsilon^{-3} \cdot 0.044265(4) + \epsilon^{-2} \cdot 0.655354(27) - \epsilon^{-1} \cdot 4.22697(15)$
R' e12 33 45 6 78 78 e7 e	0.75	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.0065107(8) + \epsilon^{-2} \cdot 0.004590(12) + \epsilon^{-1} \cdot 0.01514(8)$
e12 33 45 6 78 78 e7 e	0.75	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.0039065(8) - \epsilon^{-2} \cdot 0.007259(12) + \epsilon^{-1} \cdot 0.18767(8)$
R' e12 34 56 e5 e6 7 8 88	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.0026064(23) + \epsilon^{-2} \cdot 0.006596(16) - \epsilon^{-1} \cdot 0.01481(9)$
e12 34 56 e5 e6 7 8 88	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.0078148(22) + \epsilon^{-2} \cdot 0.070791(16) - \epsilon^{-1} \cdot 0.50416(9)$
R' e12 e3 e4 45 6 67 8 88	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00014459(14) - \epsilon^{-3} \cdot 0.001492(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.00710(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.01437(27)$
e12 e3 e4 45 6 67 8 88	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00014478(12) - \epsilon^{-3} \cdot 0.007182(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.03897(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.25480(27)$
R' e12 e3 45 46 7 e7 88 8	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0026027(14) - \epsilon^{-3} \cdot 0.013017(11) + \epsilon^{-2} \cdot 0.03668(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0129(4)$
e12 e3 45 46 7 e7 88 8	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0026057(14) + \epsilon^{-3} \cdot 0.006081(11) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00022(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.2935(4)$

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 e3 45 67 e6 88 7 8	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0052058(17) - \epsilon^{-3} \cdot 0.011272(13) - \epsilon^{-2} \cdot 0.01671(8) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0126(4)$
e12 e3 45 67 e6 88 7 8	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0052109(17) + \epsilon^{-3} \cdot 0.014770(12) - \epsilon^{-2} \cdot 0.10816(7) + \epsilon^{-1} \cdot 0.7935(4)$
R' e12 23 4 e5 e6 67 8 88	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0013019(6) + \epsilon^{-3} \cdot 0.005204(6) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00370(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0125(4)$
e12 23 4 e5 e6 67 8 88	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0013023(6) - \epsilon^{-3} \cdot 0.019101(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.16616(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.8154(4)$
R' e12 34 56 e5 e7 8 78 8	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.015615(9) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00812(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0122(5)$
e12 34 56 e5 e7 8 78 8	3.0	$\epsilon^{-3} \cdot 0.046865(9) - \epsilon^{-2} \cdot 0.45579(7) + \epsilon^{-1} \cdot 2.9500(5)$
R' e12 23 4 56 78 e6 7 8 e	1.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0156253(32) + \epsilon^{-3} \cdot 0.007821(20) + \epsilon^{-2} \cdot 0.01943(12) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0117(6)$
e12 23 4 56 78 e6 7 8 e	1.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0156242(32) - \epsilon^{-3} \cdot 0.070300(20) + \epsilon^{-2} \cdot 0.09585(12) + \epsilon^{-1} \cdot 0.7546(6)$
R' e12 34 34 5 6 78 78 e e	0.75	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.023437(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.011135(34)$
e12 34 34 5 6 78 78 e e	0.75	$\epsilon^{-2} \cdot 0.023438(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.227941(34)$
R' e12 34 35 6 e7 e7 88 8	1.5	$\epsilon^{-2} \cdot 0.010416(12) - \epsilon^{-1} \cdot 0.01067(9)$
e12 34 35 6 e7 e7 88 8	1.5	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.031251(12) + \epsilon^{-1} \cdot 0.31054(9)$
R' e12 34 35 e 67 68 e 88	0.75	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.00130267(17) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0052135(14) - \epsilon^{-1} \cdot 0.010557(9)$
e12 34 35 e 67 68 e 88	0.75	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.00390684(15) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0296292(13) - \epsilon^{-1} \cdot 0.193178(8)$
R' e12 e3 e4 56 56 7 8 88	0.75	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00043397(14) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0026031(24) - \epsilon^{-2} \cdot 0.006324(17) + \epsilon^{-1} \cdot 0.01047(10)$
e12 e3 e4 56 56 7 8 88	0.75	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00043410(13) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0028924(24) - \epsilon^{-2} \cdot 0.019597(17) + \epsilon^{-1} \cdot 0.21271(10)$
R' e12 e3 34 5 66 78 7 8 e	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00520815(27) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0112833(32) - \epsilon^{-2} \cdot 0.001022(20) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00899(8)$
e12 e3 34 5 66 78 7 8 e	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00520848(17) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0147578(20) - \epsilon^{-2} \cdot 0.190794(13) + \epsilon^{-1} \cdot 1.60946(7)$
R' e12 e3 e4 56 78 78 78	0.75	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.00781270(24) + \epsilon^{-2} \cdot 0.0176755(13) - \epsilon^{-1} \cdot 0.008575(5)$
e12 e3 e4 56 78 78 78	0.75	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.0026044200000(4) - \epsilon^{-2} \cdot 0.0137050(7) + \epsilon^{-1} \cdot 0.004174(4)$
R' e12 e3 44 56 7 68 8 e8	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00260451(8) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0059358(19) - \epsilon^{-2} \cdot 0.002115(19) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00806(10)$
e12 e3 44 56 7 68 8 e8	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0026038800000(4) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0516532(16) - \epsilon^{-2} \cdot 0.178659(11) + \epsilon^{-1} \cdot 0.89844(6)$

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 e3 e4 55 67 8 78 8	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00260447(9) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0059359(20) - \epsilon^{-2} \cdot 0.002117(21) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00805(11)$
e12 e3 e4 55 67 8 78 8	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0026038800000(4) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0516533(16) - \epsilon^{-2} \cdot 0.178660(11) + \epsilon^{-1} \cdot 0.89845(6)$
R' e12 34 56 47 8 67 8 e e	0.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.005207(4) + \epsilon^{-2} \cdot 0.005080(29) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00802(18)$
e12 34 56 47 8 67 8 e e	0.5	$\epsilon^{-3} \cdot 0.015624(4) - \epsilon^{-2} \cdot 0.159768(29) + \epsilon^{-1} \cdot 1.05164(18)$
R' e12 23 4 e5 66 78 7 8 e	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00781259(19) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0056431(24) - \epsilon^{-2} \cdot 0.010047(16) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00802(9)$
e12 23 4 e5 66 78 7 8 e	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00781236(15) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0221367(21) + \epsilon^{-2} \cdot 0.327692(14) - \epsilon^{-1} \cdot 2.11350(8)$
R' e12 e3 45 67 e6 68 88	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0026034(14) - \epsilon^{-3} \cdot 0.013016(11) + \epsilon^{-2} \cdot 0.03666(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0076(4)$
e12 e3 45 67 e6 68 88	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0026050(14) + \epsilon^{-3} \cdot 0.006081(11) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00024(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.2827(4)$
R' e12 23 4 55 67 8 e8 e8	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.005213(10) + \epsilon^{-2} \cdot 0.00611(7) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0070(4)$
e12 23 4 55 67 8 e8 e8	1.5	$-\epsilon^{-3} \cdot 0.015630(10) + \epsilon^{-2} \cdot 0.07426(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.2630(4)$
R' e12 e3 45 67 66 78 8 e	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0026041(10) - \epsilon^{-3} \cdot 0.005645(8) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00309(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00594(24)$
e12 e3 45 67 66 78 8 e	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0026042(10) + \epsilon^{-3} \cdot 0.007375(8) - \epsilon^{-2} \cdot 0.06965(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.57802(24)$
R' e12 e3 44 55 6 7 e8 88	0.75	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00043426(15) - \epsilon^{-3} \cdot 0.014972(11) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00042(8) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0048(5)$
e12 e3 44 55 6 7 e8 88	0.75	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00043380(15) - \epsilon^{-3} \cdot 0.025678(11) + \epsilon^{-2} \cdot 0.09127(8) - \epsilon^{-1} \cdot 0.4011(5)$
R' e12 e3 44 56 5 7 78 8 e	3.0	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00781259(26) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0121550(33) + \epsilon^{-2} \cdot 0.005586(23) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00418(12)$
e12 e3 44 56 5 7 78 8 e	3.0	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00781236(21) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0260438(29) + \epsilon^{-2} \cdot 0.287332(20) - \epsilon^{-1} \cdot 1.62434(11)$
R' e12 34 56 e5 67 8 e 88	1.5	$\epsilon^{-2} \cdot 0.009047(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.003849(32)$
e12 34 56 e5 67 8 e 88	1.5	$-\epsilon^{-2} \cdot 0.027150(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.275513(32)$
R' e12 e3 44 56 7 e6 8 88	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00260446(16) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0024625(25) + \epsilon^{-2} \cdot 0.003045(21) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00359(11)$
e12 e3 44 56 7 e6 8 88	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00260388(15) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0481799(23) - \epsilon^{-2} \cdot 0.287625(15) + \epsilon^{-1} \cdot 1.39916(9)$

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 23 4 e5 66 77 8 8 e	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00260448(16) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0024625(23) + \epsilon^{-2} \cdot 0.003045(19) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00359(10)$
e12 23 4 e5 66 77 8 8 e	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00260388(15) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0481799(22) - \epsilon^{-2} \cdot 0.287626(15) + \epsilon^{-1} \cdot 1.39917(8)$
R' e12 e3 34 5 e6 77 88 8	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0008683(6) + \epsilon^{-3} \cdot 0.002462(6) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00147(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00353(32)$
e12 e3 34 5 e6 77 88 8	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0008678(6) - \epsilon^{-3} \cdot 0.001879(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.07166(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.51153(32)$
R' e12 33 45 6 e6 77 8 8 e	0.75	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0008681(17) - \epsilon^{-2} \cdot 0.001589(12) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00274(7)$
e12 33 45 6 e6 77 8 8 e	0.75	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0026042(17) + \epsilon^{-2} \cdot 0.003024(12) - \epsilon^{-1} \cdot 0.05875(7)$
R' e12 33 45 6 e6 e7 8 88	0.75	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0008678(24) - \epsilon^{-2} \cdot 0.001589(18) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00274(11)$
e12 33 45 6 e6 e7 8 88	0.75	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0026039(24) + \epsilon^{-2} \cdot 0.003024(18) - \epsilon^{-1} \cdot 0.05875(11)$
R' e12 e3 e4 55 66 7 8 88	0.375	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00021713(7) - \epsilon^{-3} \cdot 0.007488(6) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00020(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00250(24)$
e12 e3 e4 55 66 7 8 88	0.375	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00021690(7) - \epsilon^{-3} \cdot 0.012841(6) + \epsilon^{-2} \cdot 0.04565(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.20065(24)$
R' e12 23 4 45 6 e7 e8 88	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0039061(14) - \epsilon^{-3} \cdot 0.006079(15) + \epsilon^{-2} \cdot 0.00281(10) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0022(6)$
e12 23 4 45 6 e7 e8 88	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0039064(14) - \epsilon^{-3} \cdot 0.013023(15) + \epsilon^{-2} \cdot 0.14369(10) - \epsilon^{-1} \cdot 0.8123(6)$
R' e12 e3 44 56 7 78 88 e	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00043390(21) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0018309(32) + \epsilon^{-2} \cdot 0.00188(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00216(32)$
e12 e3 44 56 7 78 88 e	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00043416(21) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0104182(31) - \epsilon^{-2} \cdot 0.08360(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.30627(32)$
R' e12 e3 e4 55 67 6 8 88	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00043390(21) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0018316(32) + \epsilon^{-2} \cdot 0.00188(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00210(30)$
e12 e3 e4 55 67 6 8 88	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00043416(21) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0104174(31) - \epsilon^{-2} \cdot 0.08359(5) + \epsilon^{-1} \cdot 0.30621(30)$
R' e12 e3 44 55 6 7 78 8 e	0.75	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0013022(4) + \epsilon^{-3} \cdot 0.001227(10) + \epsilon^{-2} \cdot 0.00157(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0021(4)$
e12 e3 44 55 6 7 78 8 e	0.75	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0013019(4) + \epsilon^{-3} \cdot 0.024086(10) - \epsilon^{-2} \cdot 0.14376(7) + \epsilon^{-1} \cdot 0.6993(4)$

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 e3 44 56 7 e7 88 8	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0013024(6) + \epsilon^{-3} \cdot 0.003475(7) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00172(4) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00188(26)$
e12 e3 44 56 7 e7 88 8	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0013018(6) + \epsilon^{-3} \cdot 0.005211(7) - \epsilon^{-2} \cdot 0.01401(4) + \epsilon^{-1} \cdot 0.06135(26)$
R' e12 e3 44 56 5 7 88 e8	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0013015(6) + \epsilon^{-3} \cdot 0.003465(8) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00253(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00187(31)$
e12 e3 44 56 5 7 88 e8	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0013027(6) + \epsilon^{-3} \cdot 0.005201(8) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00326(5) - \epsilon^{-1} \cdot 0.02757(31)$
R' e12 e3 45 67 e8 66 88	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0008674(5) + \epsilon^{-3} \cdot 0.002455(4) - \epsilon^{-2} \cdot 0.000575(30) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00183(17)$
e12 e3 45 67 e8 66 88	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0008687(5) - \epsilon^{-3} \cdot 0.001885(4) + \epsilon^{-2} \cdot 0.055280(28) - \epsilon^{-1} \cdot 0.41718(17)$
R' e12 e3 34 5 66 77 8 8 e	0.75	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00043415(30) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0012306(28) - \epsilon^{-2} \cdot 0.000745(26) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00182(16)$
e12 e3 34 5 66 77 8 8 e	0.75	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00043392(30) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0009396(28) + \epsilon^{-2} \cdot 0.035821(26) - \epsilon^{-1} \cdot 0.25571(16)$
R' e12 23 4 e5 e6 77 88 8	0.75	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0013017(4) + \epsilon^{-3} \cdot 0.001230(11) + \epsilon^{-2} \cdot 0.00154(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.0018(4)$
e12 23 4 e5 e6 77 88 8	0.75	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0013025(4) + \epsilon^{-3} \cdot 0.024089(11) - \epsilon^{-2} \cdot 0.14380(7) + \epsilon^{-1} \cdot 0.6996(4)$
R' e12 33 45 4 6 e7 e8 88	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0013015(6) + \epsilon^{-3} \cdot 0.003470(8) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00255(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00177(32)$
e12 33 45 4 6 e7 e8 88	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0013027(6) + \epsilon^{-3} \cdot 0.005206(8) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00328(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.02748(32)$
R' e12 e3 44 56 5 7 e8 88	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0013015(6) + \epsilon^{-3} \cdot 0.003469(8) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00256(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00174(32)$
e12 e3 44 56 5 7 e8 88	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0013027(6) + \epsilon^{-3} \cdot 0.005206(8) - \epsilon^{-2} \cdot 0.00329(6) - \epsilon^{-1} \cdot 0.02744(32)$
R' e12 e3 e4 45 6 77 88 8	0.75	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00014469(13) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0006988(20) + \epsilon^{-2} \cdot 0.001061(16) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00151(10)$
e12 e3 e4 45 6 77 88 8	0.75	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00014466(13) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0046542(20) - \epsilon^{-2} \cdot 0.028448(16) + \epsilon^{-1} \cdot 0.11975(10)$
R' e12 e3 e4 56 78 77 88	0.375	$\epsilon^{-4} \cdot 7.234(5) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-3} \cdot 0.0003500(11) + \epsilon^{-2} \cdot 0.000749(9) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00106(6)$
e12 e3 e4 56 78 77 88	0.375	$-\epsilon^{-4} \cdot 7.233(4) \cdot 10^{-5} + \epsilon^{-3} \cdot 0.0023265(11) - \epsilon^{-2} \cdot 0.014825(9) + \epsilon^{-1} \cdot 0.06047(6)$

Номенклатура	симм. к-т	γ
R' e12 33 45 6 e7 88 e7 8	0.75	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00065120(29) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0017367(34) - \epsilon^{-2} \cdot 0.000853(22) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00095(13)$
e12 33 45 6 e7 88 e7 8	0.75	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00065088(29) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0026048(34) - \epsilon^{-2} \cdot 0.006998(22) + \epsilon^{-1} \cdot 0.03066(13)$
R' e12 33 44 5 6 e7 e8 88	0.125	$\epsilon^{-4} \cdot 7.2377(25) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-3} \cdot 0.0024961(19) - \epsilon^{-2} \cdot 6.6(1.4) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-1} \cdot 0.00084(8)$
e12 33 44 5 6 e7 e8 88	0.125	$-\epsilon^{-4} \cdot 7.2300(24) \cdot 10^{-5} - \epsilon^{-3} \cdot 0.0042804(19) + \epsilon^{-2} \cdot 0.015215(14) - \epsilon^{-1} \cdot 0.06689(8)$
R' e12 e3 e4 56 78 67 8 8	1.5	$\epsilon^{-4} \cdot 0.0052092(8) - \epsilon^{-3} \cdot 0.016934(12) + \epsilon^{-2} \cdot 0.02999(7) + \epsilon^{-1} \cdot 0.0003(4)$
e12 e3 e4 56 78 67 8 8	1.5	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.0052075(7) - \epsilon^{-3} \cdot 0.029955(12) + \epsilon^{-2} \cdot 0.05660(7) - \epsilon^{-1} \cdot 0.4129(4)$
R' e12 e3 45 46 e 77 88 8	0.75	$-\epsilon^{-4} \cdot 0.00043389(23) + \epsilon^{-3} \cdot 0.0012289(16) + \epsilon^{-2} \cdot 0.000138(14) + \epsilon^{-1} \cdot 0.00016(7)$
e12 e3 45 46 e 77 88 8	0.75	$\epsilon^{-4} \cdot 0.00043416(23) - \epsilon^{-3} \cdot 0.0009412(16) + \epsilon^{-2} \cdot 0.023344(13) - \epsilon^{-1} \cdot 0.16404(7)$
R' e12 33 44 5 6 78 78 e e	0.375	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0004341(13) - \epsilon^{-2} \cdot 0.000794(13) - \epsilon^{-1} \cdot 9(9) \cdot 10^{-5}$
e12 33 44 5 6 78 78 e e	0.375	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0013022(13) + \epsilon^{-2} \cdot 0.002942(13) - \epsilon^{-1} \cdot 0.03066(9)$
R' e12 33 45 6 e7 e7 88 8	0.75	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0008673(26) - \epsilon^{-2} \cdot 0.001591(27) - \epsilon^{-1} \cdot 0.00008(19)$
e12 33 45 6 e7 e7 88 8	0.75	$\epsilon^{-3} \cdot 0.0026034(26) + \epsilon^{-2} \cdot 0.005880(27) - \epsilon^{-1} \cdot 0.06122(19)$