

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

КОРЯКИН Александр Александрович

РАССЕЯНИЕ НЕЙТРОНОВ НА НЕКОЛЛИНЕАРНЫХ
МАГНИТНЫХ СЛОИСТЫХ СТРУКТУРАХ

Выпускная квалификационная работа на соискание степени
бакалавра по направлению физика

Научный руководитель –
доктор физико-математических наук,-
АКСЕНОВА Е.В.

Рецензент –
доктор физико-математических наук,-
профессор РОМАНОВ В.П.

Санкт-Петербург - 2011

Оглавление

1	Введение	3
2	Отражение от полубесконечной среды с постоянным потенциалом	4
3	Матричный метод расчета многослойных магнитных систем	8
4	Однослойная магнитная система на немагнитной подложке	11
5	Многослойная система с геликоидальным полем	14
6	Заключение	22
7	Приложение А. Программа в Maple	23

1 Введение

Слоистые магнитные структуры в настоящее время являются объектом интенсивного изучения в связи с их широким применением в электронной технике [1]. К слоистым магнитным структурам относятся системы с гигантским магнитосопротивлением [2], магнитные пружины [3], ферро- и антиферромагнитные слоистые системы [4].

Магнитные системы исследуют различными методами, в том числе методом поляризованных нейтронов [5]. Нейтроны - беззарядовые частицы со спином, благодаря чему они имеют большую проникающую способность и чувствительность к магнитным полям.

Целью настоящей работы является написание программы, рассчитывающей матричным методом распространение нейтронов в слоистых системах, и исследование нейтронных спектров от систем с заданным равномерным геликоидальным распределением намагниченности.

2 Отражение от полубесконечной среды с постоянным потенциалом

Пусть из вакуума, в котором создано магнитное поле \mathbf{B}_1 , падают нейтроны на среду, занимающую полупространство и имеющую в любой точке одинаковые ядерный потенциал U и магнитное поле \mathbf{B}_2 [6]. Уравнение Шредингера для нейтронов в магнитной среде с $U \neq U(t)$ и $\mathbf{B} \neq \mathbf{B}(t)$ имеет вид:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U - \mu \mathbf{B} \right) \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}), \quad (2.1)$$

где m - масса нейтрона; $\mu = -\tilde{\mu}\sigma$ - оператор магнитного момента нейтрона, $\tilde{\mu} = 1.91\mu_n$, μ_n - ядерный магнетон, σ - вектор, составленный из матриц Паули; \mathbf{B} - магнитная индукция; $\psi(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \psi_+(\mathbf{r}) \\ \psi_-(\mathbf{r}) \end{pmatrix}$ - волновая функция нейтрона; U - ядерный потенциал, равный

$$U = \frac{2\pi\hbar^2}{m}nb,$$

где n - ядерная плотность, b - когерентная амплитуда рассеяния нейтрона.

В случае, если поле \mathbf{B} зависит только от одной координаты x , волновая функция ищется в виде:

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}_{\parallel}\mathbf{r}_{\parallel}}\psi(x), \quad (2.2)$$

где $\mathbf{k}_{\parallel} = (0, k_y, k_z)$ - волновой вектор, параллельный границе раздела, $\mathbf{r}_{\parallel} = (0, y, z)$, $\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi_+(x) \\ \psi_-(x) \end{pmatrix}$. После подстановки $\psi(\mathbf{r})$ в (2.1) получаем уравнение на $\psi(x)$:

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - k_{\parallel}^2 + \frac{2m}{\hbar^2} (-U + \mu \mathbf{B} + E) \right) \psi(x) = 0, \quad (2.3)$$

Введем обозначение $\hat{k}_x \equiv \sqrt{-k_{\parallel}^2 + \frac{2m}{\hbar^2}(-U + \mu\mathbf{B} + E)}$, тогда уравнение (2.3) примет вид:

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \hat{k}_x^2\right)\psi(x) = 0. \quad (2.4)$$

Решением уравнения (2.4) является волновая функция

$$\psi(x) = \left(e^{i\hat{k}_x x} \hat{A} + e^{-i\hat{k}_x x} \hat{B}\right) \xi,$$

где $\hat{k} \equiv \hat{k}_x$; \hat{A}, \hat{B} - произвольные матрицы 2×2 , ξ - произвольный спинор.

Возвращаясь к поставленной задаче о полубесконечной среде, представим волновую функцию нейтрона в вакууме и среде соответственно

$$\psi_1(x) = \left(e^{i\hat{k}_1 x} + e^{-i\hat{k}_1 x} \hat{r}\right) \xi,$$

$$\psi_2(x) = e^{i\hat{k}_2 x} \hat{t} \xi,$$

где $\hat{A}_1 \equiv 1$ (считаем амплитуду падающей на границу раздела волны равной единице), $\hat{B}_1 \equiv \hat{r}$ - матрица отражения; $\hat{A}_2 \equiv \hat{t}$ - матрица прохождения, $\hat{B}_2 \equiv 0$,

$$\hat{k}_1 = \sqrt{-k_{\parallel}^2 + \frac{2m}{\hbar^2}(\mu\mathbf{B}_1 + E)},$$

$$\hat{k}_2 = \sqrt{-k_{\parallel}^2 + \frac{2m}{\hbar^2}(-U + \mu\mathbf{B}_2 + E)}.$$

Из граничных условий для волновых функций

$$\psi_i(x_0) = \psi_{i-1}(x_0), \quad (2.5)$$

$$\psi'_i(x_0) = \psi'_{i-1}(x_0), \quad (2.6)$$

где $x_0 = 0$ - координата границы раздела, получаем уравнения на матрицы отражения и прохождения

$$\hat{I} + \hat{r} = \hat{t}, \quad (2.7)$$

$$\hat{k}_1(\hat{I} - \hat{r}) = \hat{k}_2 \hat{t}. \quad (2.8)$$

Из уравнений (2.7, 2.8) находим искомые матрицы \hat{r} и \hat{t}

$$\hat{r} = \left(\hat{k}_1 + \hat{k}_2 \right)^{-1} \left(\hat{k}_1 - \hat{k}_2 \right),$$

$$\hat{t} = \hat{I} + \left(\hat{k}_1 + \hat{k}_2 \right)^{-1} \left(\hat{k}_1 - \hat{k}_2 \right)$$

Матричные элементы матриц \hat{r} , \hat{t} вычисляются с использованием свойств матриц Паули [7]

$$\hat{r} = \frac{1}{N} (k_1(-B_1)k_1(B_1) - k_2(-B_2)k_2(B_2) + \frac{\sigma \mathbf{B}_1}{2B_1} k_1^- k_2^+ - \frac{\sigma \mathbf{B}_2}{2B_2} k_1^+ k_2^- + \frac{i\sigma[\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2]}{2B_1 B_2} k_1^- k_2^-), \quad (2.9)$$

где

$$k_i(\pm B_i) = \sqrt{-k_{\parallel}^2 + \frac{2m}{\hbar^2} (-U_i \mp \tilde{\mu} B_i + E)},$$

$$k_{1,2}^{\pm} = k_{1,2}(B_{1,2}) \pm k_{1,2}(-B_{1,2}),$$

$$N = (k_1(B_1) + k_2(B_2))(k_1(-B_1) + k_2(-B_2)) + k_1^- k_2^- \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

θ - угол между векторами \mathbf{B}_1 и \mathbf{B}_2 .

Откуда находим

$$r_{11(22)} = \frac{1}{N} (k_1(-B_1)k_1(B_1) - k_2(-B_2)k_2(B_2) \pm \frac{1}{2} k_1^- k_2^+ \mp \frac{1}{2} \sin \theta k_1^+ k_2^-), \quad (2.10)$$

$$r_{12(21)} = -\frac{\sin \theta}{N} k_1(\mp B_1)(k_2(B_2) - k_2(-B_2)), \quad (2.11)$$

где верхние знаки относятся к r_{11} и r_{12} , а нижние относятся к r_{22} и r_{21} соответственно.

В коллинеарном случае, когда угол θ между B_1 и B_2 равен нулю, коэффициенты отражения имеют вид:

$$r_{11(22)} = \frac{k_1(\pm B_1) - k_2(\pm B_2)}{k_1(\pm B_1) + k_2(\pm B_2)}, \quad r_{12} = r_{21} = 0. \quad (2.12)$$

Из равенств (2.7, 2.12) следует, что вероятность отражения и преломления нейтронов с переворотом спина в коллинеарном случае равна нулю.

На рисунке (рис. 1) изображен график зависимости $\lg R$, где $R = |r_{11}|^2$, от волнового числа k_x , которое равно k_1 при нулевом поле в вакууме. k_x отнормировано на критическое волновое число $k_c = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (U + \tilde{\mu}\mathbf{B}_2)}$. При $\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} \tilde{\mu}\mathbf{B}_1} < k_x < \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (U + \tilde{\mu}\mathbf{B}_2)}$ происходит полное отражение:

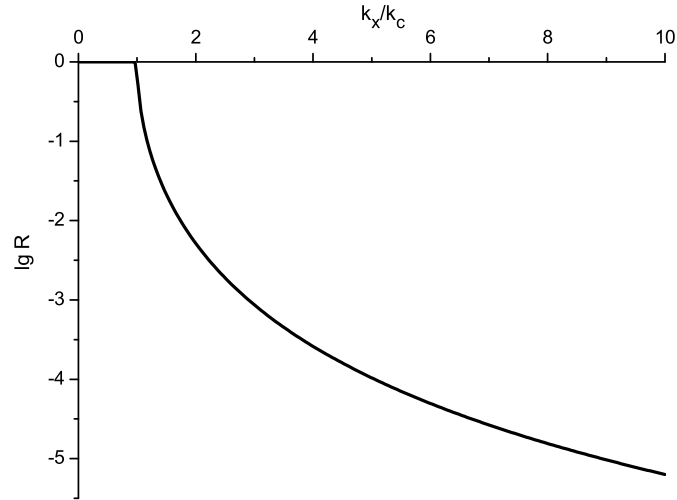


Figure 1: Коэффициент отражения

$|r_{11}|^2 = 1$. В этом случае в среде существуют только экспоненциально затухающая волна, так как $Rek_2 = 0$, $Imk_2 \neq 0$ и e^{ik_2x} равна e^{-Imk_2x} .

Отметим также, что $\lg R$ монотонно убывающая функция, по мере увеличения k_x коэффициент отражения монотонно уменьшается.

3 Матричный метод расчета многослойных магнитных систем

Для расчета магнитных систем сложной структуры применяют как аналитические, так и численные методы. В этой главе мы опишем один из численных методов - матричный метод [6], [8].

Рассмотрим систему, состоящую из n слоев с плоскими параллельными друг другу границами (рис. 2). Слои со 2 по $n-1$ имеют конечную толщину, слои 1 и n не ограничены, в задачах 1-ый слой будет вакуумом, а n -ый - подложкой. В каждом слое задан произвольный вектор магнитной индукции и ядерный потенциал. Направим координатную ось Ox по нормали к слоям в направлении возрастания номера слоя.

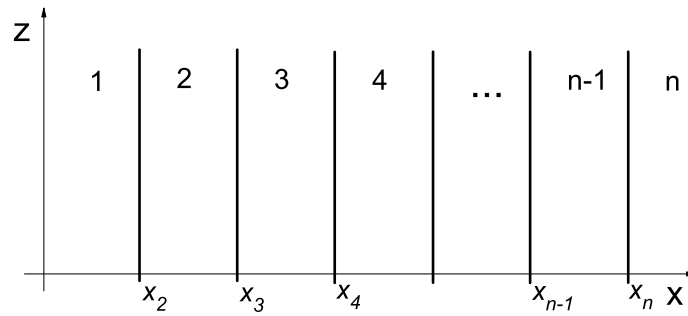


Figure 2: Модель системы.

Волновая функция в i и $i-1$ слое имеет вид:

$$\psi_i(x) = \left(e^{i\hat{k}_i(x-x_i)} \hat{A}_i + e^{-i\hat{k}_i(x-x_i)} \hat{B}_i \right) \xi,$$

$$\psi_{i-1}(x) = \left(e^{i\hat{k}_{i-1}(x-x_{i-1})} \hat{A}_{i-1} + e^{-i\hat{k}_{i-1}(x-x_{i-1})} \hat{B}_{i-1} \right) \xi.$$

Из граничных условий получаем систему уравнений на матричные амплитуды:

$$\hat{A}_i + \hat{B}_i = e^{i\hat{k}_{i-1}d_{i-1}} \hat{A}_{i-1} + e^{-i\hat{k}_{i-1}d_{i-1}} \hat{B}_{i-1},$$

$$\hat{k}_i \hat{A}_i - \hat{k}_i \hat{B}_i = \hat{k}_{i-1} e^{i\hat{k}_{i-1}d_{i-1}} \hat{A}_{i-1} - \hat{k}_{i-1} e^{-i\hat{k}_{i-1}d_{i-1}} \hat{B}_{i-1},$$

где $d_i \equiv x_{i+1} - x_i$. В матричной записи система переписывается в виде:

$$\begin{pmatrix} \hat{A}_{i-1} \\ \hat{B}_{i-1} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} e^{-i\hat{k}_{i-1}d_{i-1}}(1 + \hat{k}_{i-1}^{-1}\hat{k}_i) & e^{-i\hat{k}_{i-1}d_{i-1}}(1 - \hat{k}_{i-1}^{-1}\hat{k}_i) \\ e^{i\hat{k}_{i-1}d_{i-1}}(1 - \hat{k}_{i-1}^{-1}\hat{k}_i) & e^{i\hat{k}_{i-1}d_{i-1}}(1 + \hat{k}_{i-1}^{-1}\hat{k}_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{B}_i \end{pmatrix}$$

или

$$\Xi_{i-1} = Q_i^{i-1}\Xi_i, \quad \Xi_i \equiv \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{B}_i \end{pmatrix}, \quad Q_i^{i-1} = C_{i-1}D_i^{i-1},$$

где

$$C_i = \begin{pmatrix} e^{-i\hat{k}_i d_i} & 0 \\ 0 & e^{i\hat{k}_i d_i} \end{pmatrix}, \quad D_i^{i-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \hat{k}_{i-1}^{-1}\hat{k}_i & 1 - \hat{k}_{i-1}^{-1}\hat{k}_i \\ 1 - \hat{k}_{i-1}^{-1}\hat{k}_i & 1 + \hat{k}_{i-1}^{-1}\hat{k}_i \end{pmatrix}.$$

Таким образом пересчитываются матричные амплитуды при переходе из i слоя в $i-1$ слой. Для определения матриц отражения \hat{r} и прохождения \hat{t} эту процедуру необходимо повторить столько раз, сколько имеется границ раздела. В результате получим связь между Ξ_n и Ξ_1 :

$$\Xi_1 = Q_2^1 Q_3^2 \cdot \dots \cdot Q_n^{n-1} \Xi_n = C_1 D_2^1 C_2 D_3^2 \cdot \dots \cdot C_{n-1} D_n^{n-1} \Xi_n,$$

или

$$\Xi_1 = M \Xi_n, \tag{3.1}$$

$$M = D_2^1 \tau \prod_{i=2}^{n-1} C_i D_{i+1}^i, \tag{3.2}$$

где τ - оператор, указывающий на то, что сомножители в (3.2) должны быть расположены слева направо в порядке возрастания i .

Перепишем (3.1) в виде:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \hat{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{M}_{11} & \hat{M}_{12} \\ \hat{M}_{21} & \hat{M}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{t} \\ 0 \end{pmatrix},$$

тогда для искомых матриц отражения и прохождения получим выражения через элементы матрицы M

$$\hat{t} = \hat{M}_{11}^{-1}, \quad \hat{r} = \hat{M}_{21} \hat{M}_{11}^{-1}.$$

В главах 4 и 5 приведены результаты расчета матричным методом однослойной системы на подложке и многослойной системы с геликоидальным полем внутри нее.

4 Однослойная магнитная система на немагнитной подложке

Рассмотрим систему, состоящую из трех областей. Область 1 - вакуум, область 2 - магнитный слой, область 3 - немагнитная подложка. Вектор магнитной индукции во 2 слое составляет угол θ с осью Oz (см. рис. 2). При моделировании использовались следующие значения параметров задачи: $n_{Fe} = 8.49 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$, $b_{Fe} = 9.45 \text{ fm}$, $d_{Fe} = 100 \text{ \AA}$, $B_{Fe} = 2 \text{ Tl}$ - для 2 области; $n_{Au} = 5.9 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$, $b_{Au} = 7.63 \text{ fm}$ - для 3 области.

Коэффициенты отражения без переворота спина для различных углов θ в зависимости от падающего волнового вектора k_x изображены на рис. 3.

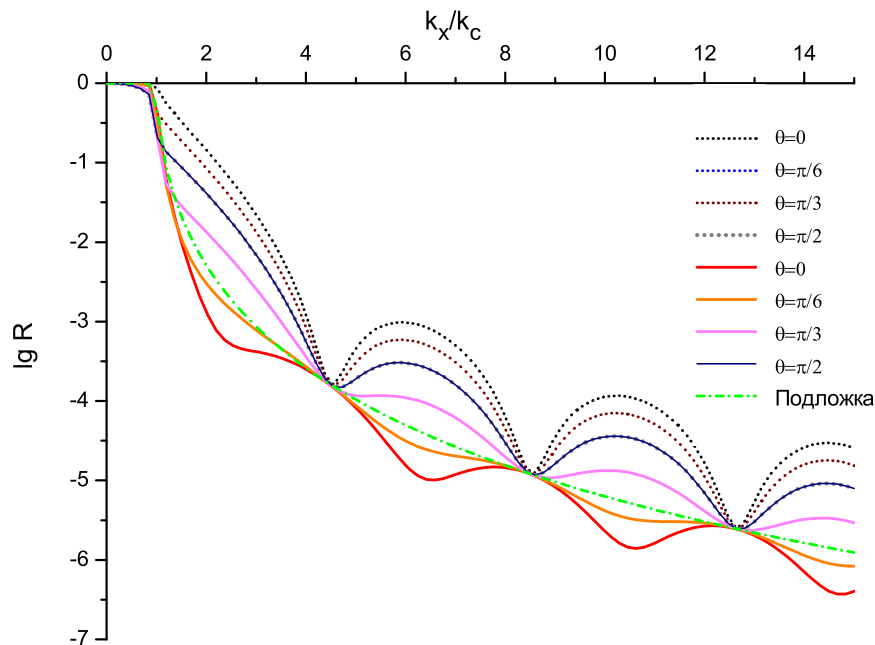


Figure 3: Однослойная система. $\theta = 0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$. Коэффициенты отражения нейтронов со спином \uparrow начерчены пунктирными линиями, а коэффициенты отражения нейтронов со спином \downarrow - сплошными линиями. Штрих-пунктирной линией изображен случай отражения от одной подложки.

Условием минимумов для $|r_{11}|^2$ является выражение $d_{Fe}k_2 = \pi n$, где $n=1,2,\dots$. Условием максимумов является равенство $d_{Fe}k_2 = \pi(n - 1/2)$. Для коэффициента отражения $|r_{22}|^2$ условие максимумов и минимумов имеет вид $d_{Fe}k_2 = \pi n/2$. При выполнении равенства $d_{Fe}k_2 = \pi n$ коэффициенты отражения нейтронов со спином \uparrow и \downarrow совпадают с коэффициентами отражения от одной подложки (случай $d_{Fe} = 0$). Коэффициент $|r_{11}|^2$ больше коэффициента $|r_{22}|^2$, т.к. потенциальная энергия нейтронов со спином \uparrow больше, чем нейтронов со спином \downarrow .

В неколлинеарном случае, строго говоря, отсутствует полное отражение при малых k_x , но при стремлении величины магнитного поля к нулю полное отражение уже наблюдается.

Очевидно, в общем случае нейтроны со спином \uparrow и \downarrow по-разному отражаются от магнитной системы. Удобной характеристикой того, какая доля отраженных нейтронов имеет спин \uparrow , а какая \downarrow , является спиновая асимметрия, определяемая как

$$S = \frac{|r_{11}|^2 + |r_{12}|^2 - |r_{22}|^2 - |r_{21}|^2}{|r_{11}|^2 + |r_{12}|^2 + |r_{22}|^2 + |r_{21}|^2}. \quad (4.1)$$

На рис. 4 построены графики спиновой асимметрии для разных углов θ . При увеличении угла θ от 0 до $\pi/2$ спиновая асимметрия уменьшается до 0, т.к. углы между направлением поляризации нейтронов со спином \uparrow и \downarrow в вакууме и направлением поля в слое меняются от 0 до $\pi/2$ (для нейтронов со спином \uparrow) и от π до $\pi/2$ (для нейтронов со спином \downarrow). При $\theta = \pi/2$ отражение нейтронов обеих поляризаций происходит симметрично относительно направления поля.

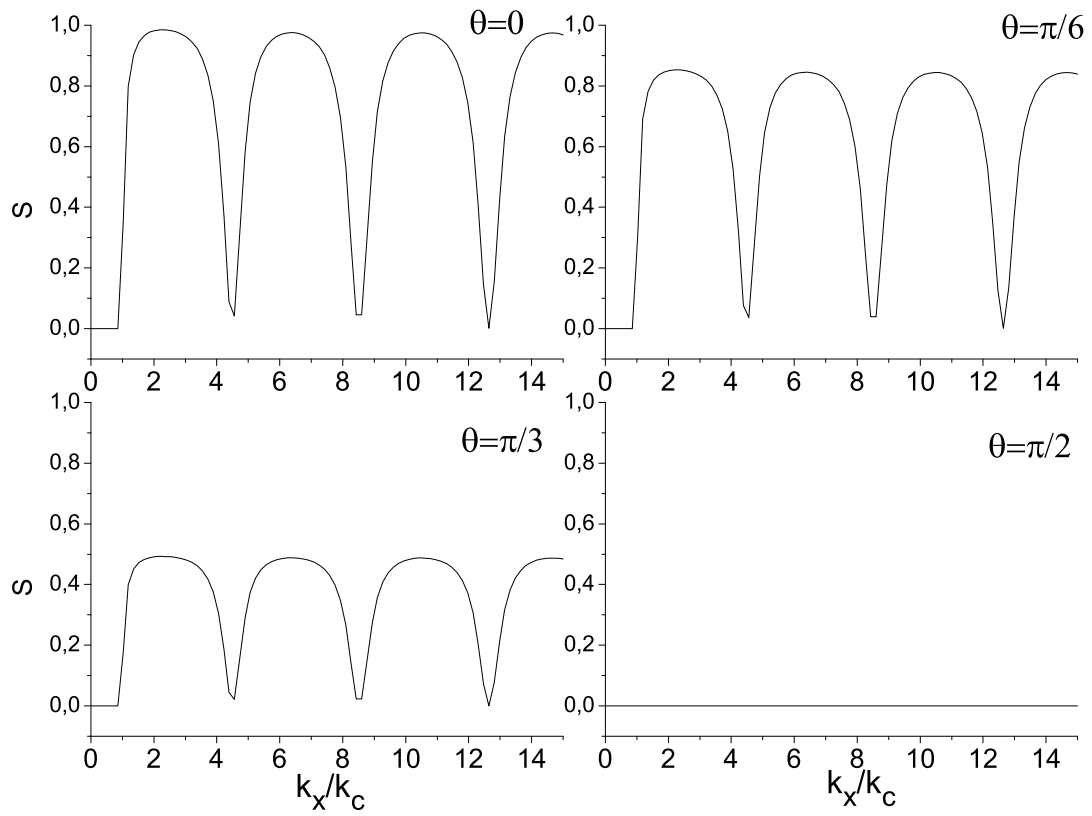


Figure 4: Спиновая асимметрия однослойной системы. $\theta = 0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$.

5 Многослойная система с геликоидальным полем

Геликоидальная система моделируется следующим образом: область 1 - вакуум, области 2-(n-1) - магнитная среда (всего $N = n - 2$ магнитных слоев), область n - подложка (см. рис. 2). В слоях со 2 по n-1 создано поле, вектор магнитной индукции которого по модулю одинаков во всех слоях, но поворачивается от слоя к слою на угол $\Delta\theta$ так, что в области 2 угол θ между вектором \mathbf{B} и осью Oz равен нулю, в области n-1 $\theta = \theta_{max}$.

Параметрами задачи являются: $n_{Fe} = 8.49 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$, $b_{Fe} = 9.45 \text{ fm}$, $d_{Fe} = 100 \text{ \AA}$ (суммарная толщина магнитных слоев), $B_{Fe} = 2 \text{ Tl}$ - в области со 2 по n-1; $n_{Si} = 4.99 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$, $b_{Si} = 4.149 \text{ fm}$ - для области n.

Таким образом при стремлении числа слоев N к бесконечности должна получиться реальная система с непрерывным поворотом вектора \mathbf{B} внутри нее. Но расчет слоистой системы с большим числом слоев весьма трудоемок. Следовательно, необходимо определить оптимальное число слоев, которое достаточно точно позволяет смоделировать реальную систему.

Для такой оценки моделировалась система с $\theta_{max} = 4\pi$ и $N = 2, 5, 10, 12, 20, 50, 100$. Спиновая асимметрия представлена на рис. 5. Из сравнения графиков следует, что зависимость асимметрии от числа N уменьшается с ростом N. Так графики из пары N=20 и N=50 больше отличаются друг от друга по сравнению с парой графиков N=50 и N=100. Из физических соображений следует сходимость последовательности графиков. Для дальнейшего моделирования системы с геликоидальным полем выбрано N=50.

На рис. 6 и рис. 7 построены коэффициенты отражения и спиновая асимметрия для случая N=2, 5, 10, 12 и постоянного угла $\theta_{max} = \pi$. Главным минимумам отвечает равенство $d_{Fe}k_2 = \pi Nn$, где $n=1,2,\dots$,

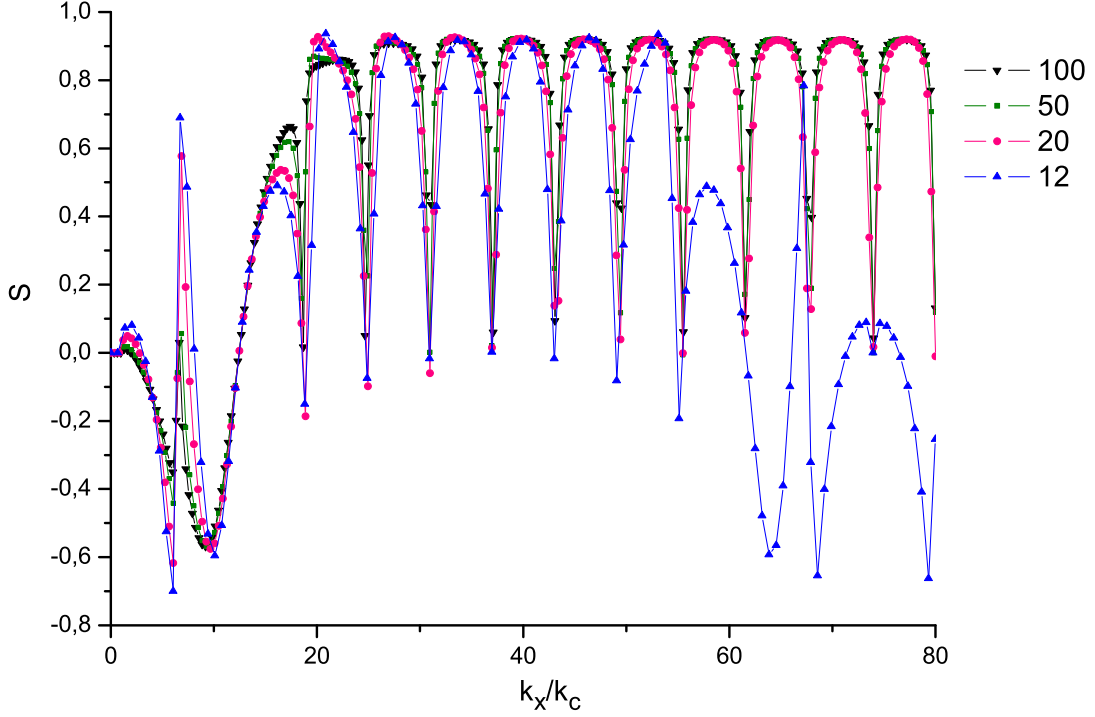


Figure 5: Спиновая асимметрия. $\theta_{max} = 4\pi$, $N = 12, 20, 50, 100$. Рассчитанные значения S отмечены точками

вторичным минимумам $d_{Fe}k_2 = \pi n$. Из этих формул видно, что при увеличении числа N первый главный минимум смещается по оси абсцисс вправо, расстояние между главными минимумами увеличивается, но расстояние между вторичными минимумами остается неизменным. По числу вторичных минимумов можно определить число слоев в системе. Для сравнения с графиком последнюю формулу представим в виде

$$k_x/k_c = \frac{1}{k_c} \sqrt{\left(\frac{\pi n}{d_{Fe}}\right)^2 - \frac{2m}{\hbar^2}(-U \mp \tilde{\mu}\mathbf{B})}.$$

Остановившись на выборе в качестве значения величины N числа 50, выясним, как меняются коэффициенты отражения геликоидальной системы в зависимости от угла θ_{max} . Результаты расчета представлены на рис. 8 и рис. 9. Отметим, что наблюдается "частичная периодичность" в зависимости коэффициентов отражения от угла θ_{max} с периодом 2π .

Графики $|r_{11}|^2$ и $|r_{22}|^2$ для пары $\theta_{max} = \pi$ и $\theta_{max} = 3\pi$ и пары $\theta_{max} = 2\pi$ и $\theta_{max} = 4\pi$ практически полностью совпадают при $k_x/k_c > 30$. При $k_x/k_c < 30$ есть существенные различия, зависящие от степени закрутки поля в среде. Минимумы, расположенные в интервале $k_x/k_c > 30$ рассчитываются по формуле $d_{Fe}k_2 = \pi n$, где $n=1,2,\dots$. Также отметим, что по тому, какой из коэффициентов отражения больше, можно судить об отношении потенциальных энергий U_+ и U_- нейтронов со спином \uparrow и \downarrow в среде. Так для рассчитанных систем $U_+ > U_-$ всюду, за исключением области, где $k_x/k_c < 15$.

Из изображенных на рис. 10 и рис. 11 графиков следует, что по зависимости спиновой асимметрии от k_x , которая определяется из эксперимента, можно судить о степени закрутки поля в геликоидальной среде, т.е. об угле θ_{max} .

В заключение отметим, что все зависимости строились как функции от волнового числа k_x - проекции падающего волнового вектора \mathbf{k} на направление, перпендикулярное границам раздела. При этом величина k_{\parallel} - проекция вектора \mathbf{k} на плоскости раздела - могла иметь любое значение, следовательно, и модуль \mathbf{k} мог быть любым числом. Но те же зависимости получаются, если фиксировать модуль \mathbf{k} и менять угол скольжения падающих нейтронов α . Тогда зависимость коэффициентов отражения от α можно понимать как интерференционную картину (рис. 12).

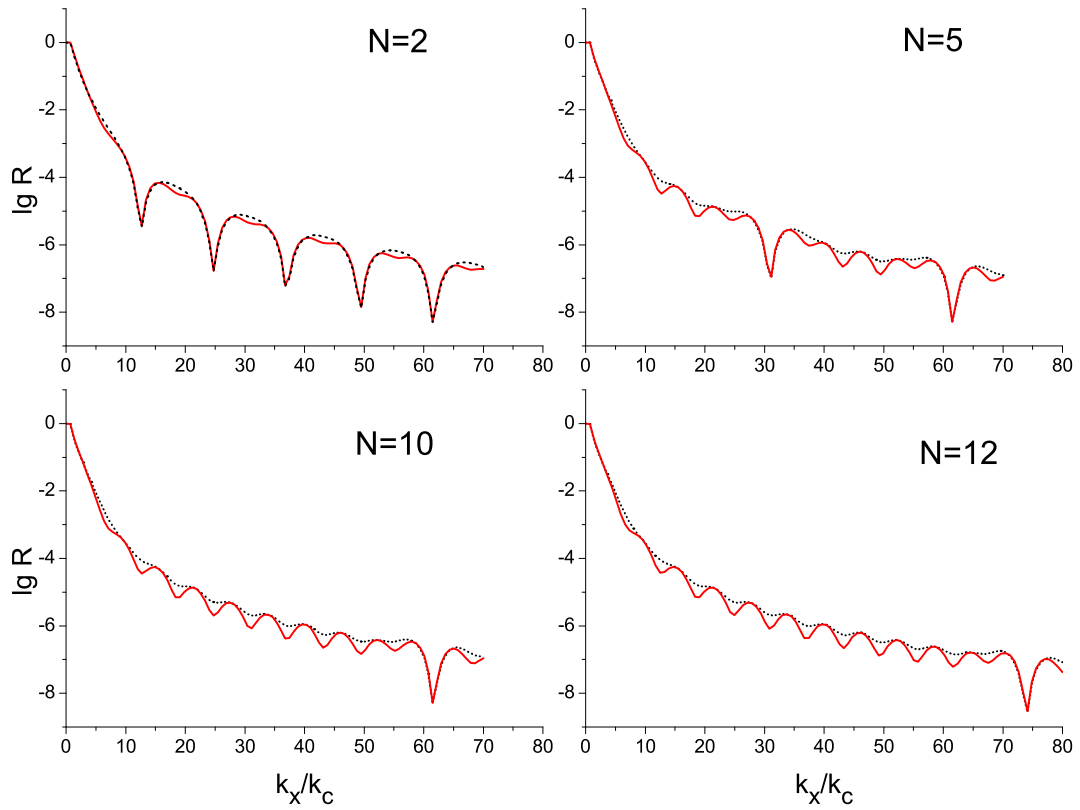


Figure 6: Коэффициенты $|r_{11}|^2$, $|r_{22}|^2$ для случая $\theta_{max} = \pi$, $N = 2, 5, 10, 12$. Коэффициенты отражения нейтронов со спином \uparrow начерчены пунктирными линиями, а коэффициенты отражения нейтронов со спином \downarrow - сплошными линиями.

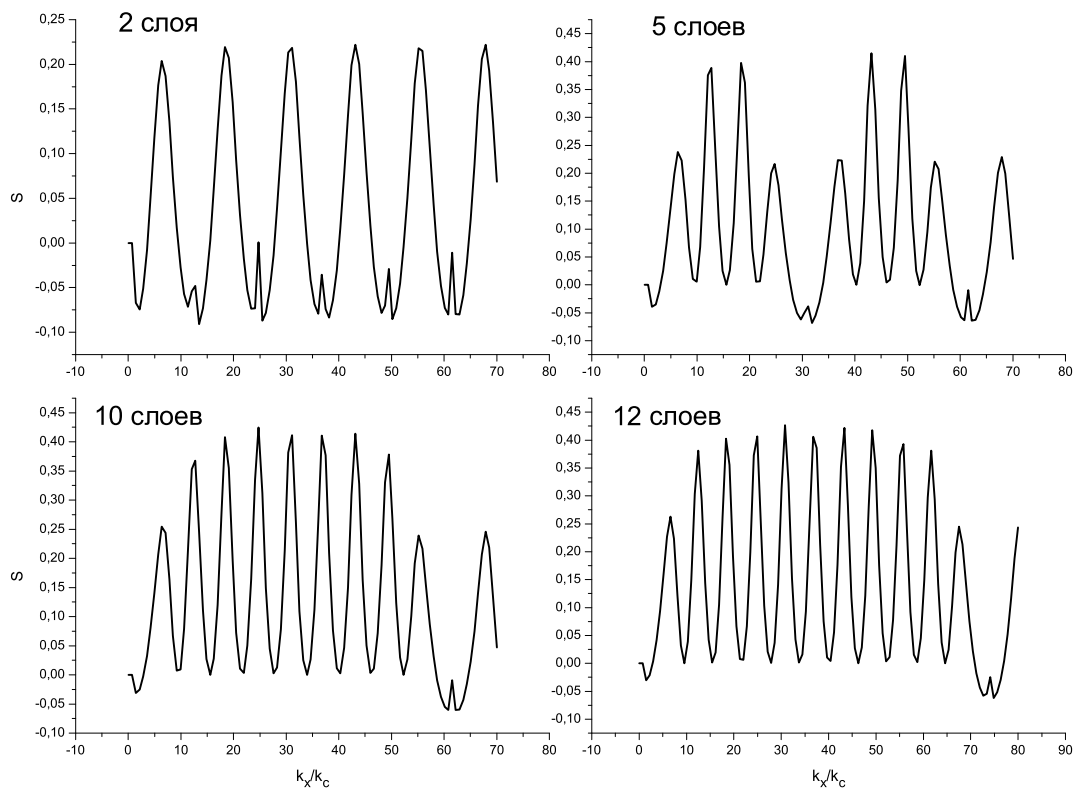


Figure 7: Спиновая асимметрия для случая $\theta_{max} = \pi$, $N = 2, 5, 10, 12$.

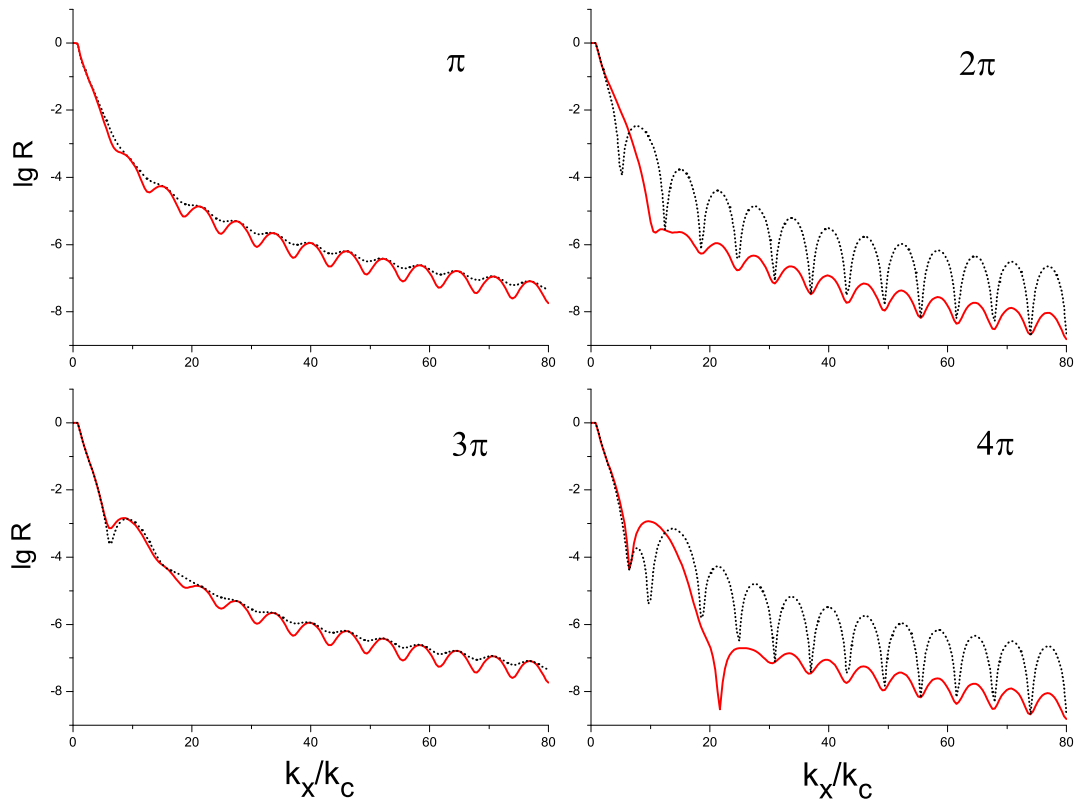


Figure 8: Коэффициенты $|r_{11}|^2$, $|r_{22}|^2$ для случая $\theta_{max} = \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi$, $N = 50$. Коэффициенты отражения нейтронов со спином \uparrow начерчены пунктирными линиями, а коэффициенты отражения нейтронов со спином \downarrow - сплошными линиями

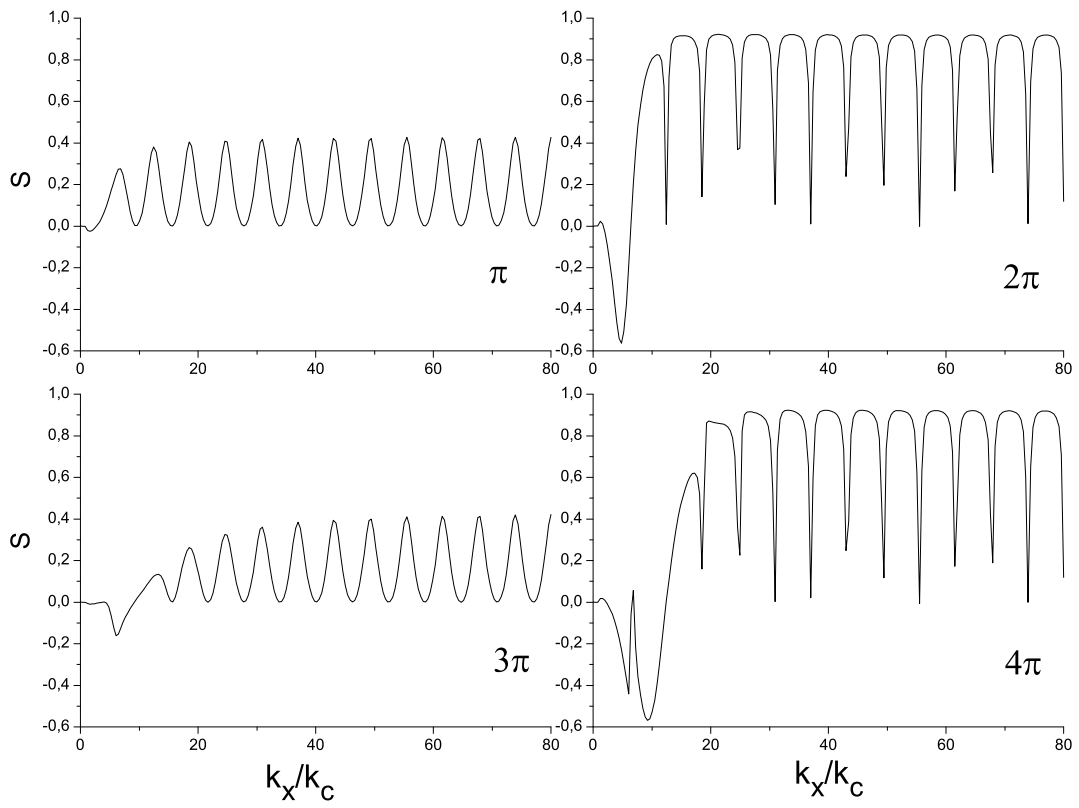


Figure 9: Спиновая асимметрия для случая $\theta_{max} = \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi$, $N = 50$.

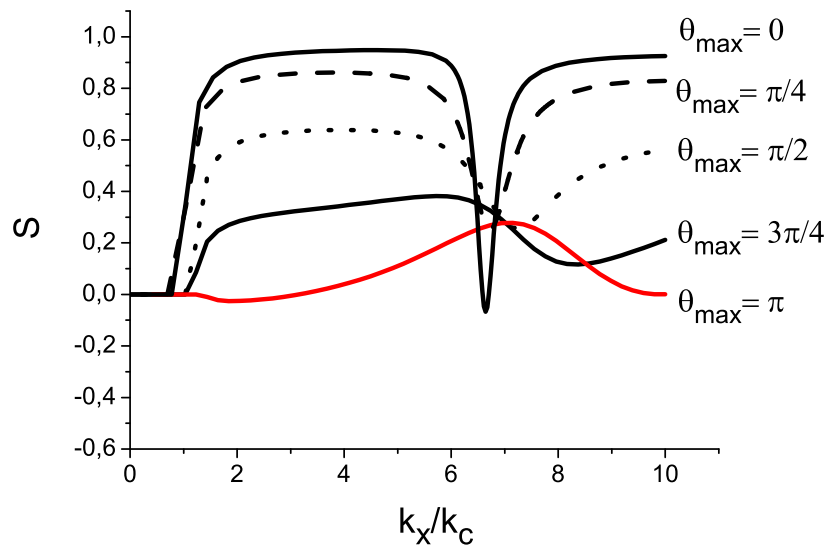


Figure 10: Спиновая асимметрия для случая $\theta_{max} = 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$, $N = 50$.

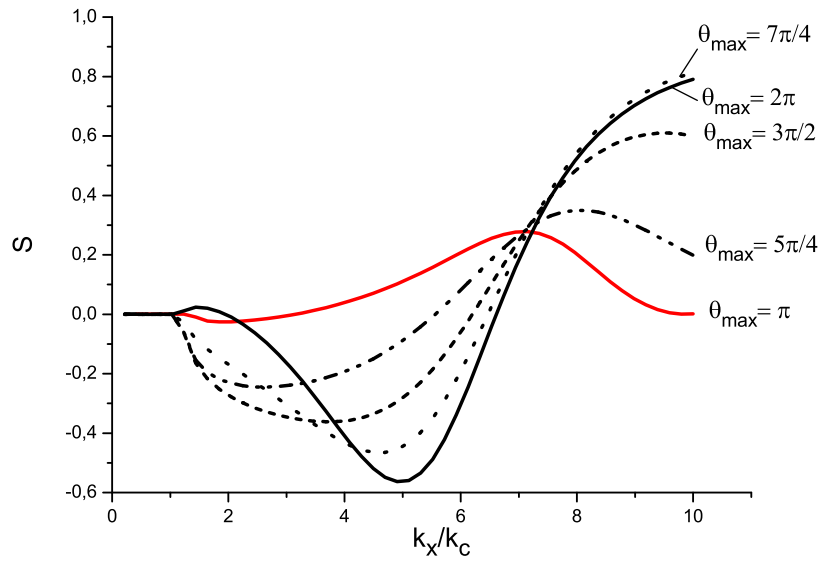


Figure 11: Спиновая асимметрия для случая $\theta_{max} = \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, 7\pi/4, 2\pi$, $N = 50$.

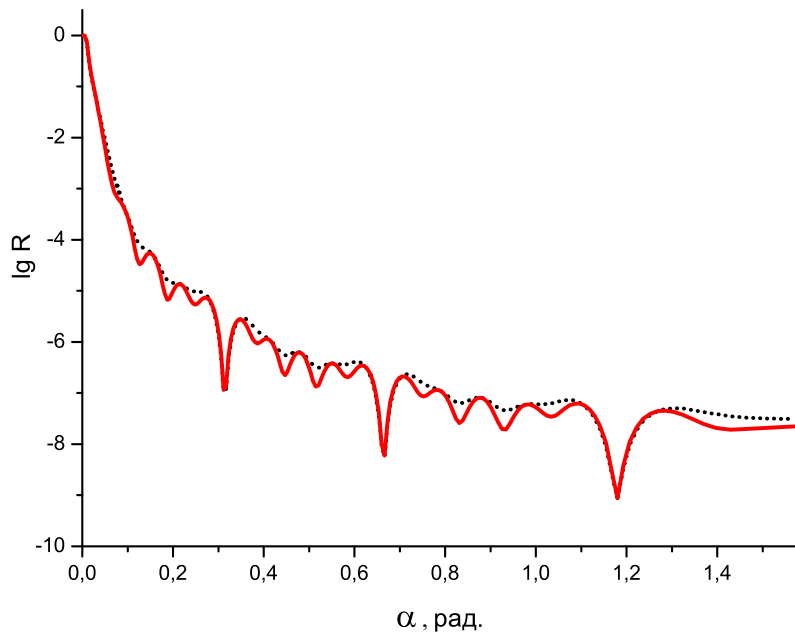


Figure 12: Зависимость коэффициентов $|r_{11}|^2$ и $|r_{22}|^2$ от угла скольжения нейтронов α . Коэффициенты отражения нейтронов со спином \uparrow начерчены пунктирными линиями, а коэффициенты отражения нейтронов со спином \downarrow - сплошными линиями. Число слоев $N=5$, $\theta_{max} = \pi$, $|\mathbf{k}| = 10^{10} \text{ m}^{-1}$.

6 Заключение

Результатом данной работы является написанная программа, реализующая матричный метод расчета слоистых магнитных систем (Приложение А).

Было произведено моделирование геликоидальной системы с равномерно закрученным вектором магнитной индукции посредством многослойной системы, состоящей из 50 слоев. Изучены зависимости коэффициентов отражения при различных углах закрутки θ_{max} вектора магнитной индукции \mathbf{V} от падающего волнового вектора нейтронов \mathbf{k} . По рассчитанным графикам зависимости спиновой асимметрии от \mathbf{k} можно определять угол закрутки θ_{max} .

Также был проверен расчет системы $(20 \text{ \AA } Ag)/(60 \text{ \AA } Fe-Mn)/(40 \text{ \AA } Fe-Ni)/(20 \text{ \AA } Cu)/(40 \text{ \AA } Fe-Ni)/Si$, данный в статье [8]. Результаты полностью совпали.

Матричный метод показал себя как универсальный метод для исследования рассеяния нейтронов на слоистых магнитных системах.

7 Приложение А. Программа в Maple

```
>restart:
> with(linalg):
> with(plots):
> m:=1.67e-27:
> mu:=9.6e-27:
> h:=1.054e-34:
> number_layers:=50;
> number:=number_layers+2:
> d:=vector(number):
> d[1]:=0: d[number]:=0:
> dsumm:=1e-8:
> n:=vector(number):
> n[1]:=0: n[number]:=4.99e28:
> b:=vector(number):
> b[1]:=0: b[number]:=4.149e-15:
> B:=array(1..number,1..3):>
> B0:=2;
> beta_max:=6*Pi/4;>
> B[1,1]:=0: B[1,2]:=0: B[1,3]:=0:
> B[number,1]:=0: B[number,2]:=0: B[number,3]:=0:
> beta:=0:
> dbeta:=beta_max/(number_layers-1):
> dd:=dsumm/number_layers:
> for i to number_layers do
> d[i+1]:=dd:
> n[i+1]:=8.49e28:
> b[i+1]:=9.45e-15:
> B[i+1,1]:=0: B[i+1,2]:=evalf(B0*sin(beta),30): B[i+1,3]:=evalf(B0*cos(beta),30):
> beta:=beta+dbeta:
> end do:
> alpha:=Pi/4:
> kappa:=(alpha)->evalf((sqrt(2*m*E))*sin(alpha)/h,10):
> kplus:=(s)->evalf(sqrt(-(kappa(alpha))^2+2*m/h^2*(-(h^2)*2*Pi/m*n[s]*b[s]-mu*sqrt(B[s,1]^2+
B[s,2]^2+B[s,3]^2)+E)),30):
> E:=mu*sqrt(B[1,1]^2+B[1,2]^2+B[1,3]^2)/cos(alpha)^2+(1e-30)*(1/2+1/2*sign(-sqrt(B[1,1]^2+
B[1,2]^2+B[1,3]^2))):>
> k1:=0.01;
> k2:=10;
> N:=50;
dk:=abs(evalf((k2-k1)/(N-1),30)):
> k:=k1:
> reflectivity_up:=array(1..N,1..2):
> reflectivity_down:=array(1..N,1..2):
> asymmetry:=array(1..N,1..2):
```

Figure 13:

```

> NUL:=Matrix([[0,0],[0,0]]):
> J:=Matrix([[1,0],[0,1]]):
> JJ:=Matrix([[J,NUL],[NUL,J]]):
> sigma:=vector(3):
> sigma[1]:=Matrix([[0,1],[1,0]]):
> sigma[2]:=Matrix([[0,-1],[1,0]]):
> sigma[3]:=Matrix([[1,0],[0,-1]]):for u to N do
> E:=evalf(((h^2)*2*Pi/m*((k^2)*n[number]*b[number]+n[1]*b[1])+mu*sqrt(B[1,1]^2+
B[1,2]^2+B[1,3]^2))/(cos(alpha)^2),30):
> kminus:=(s)->evalf(sqrt(-(kappa(alpha))^2+2*m/h^2*(-(h^2)*2*Pi/m*n[s]*b[s]+
mu*sqrt(B[s,1]^2+B[s,2]^2+B[s,3]^2)+E)),30):
> K:=(s)->(1/2)*evalm((kplus(s)+kminus(s))*J+(kplus(s)-kminus(s))*(sqrt(B[s,1]^2+
B[s,2]^2+B[s,3]^2))^(sign(evalf(-sqrt(B[s,1]^2+B[s,2]^2+B[s,3]^2),30)))*(B[s,1]*sigma[1]+
B[s,2]*sigma[2]+B[s,3]*sigma[3]]):
> A:=(s)->(1/2)*Matrix([[evalm(J+inverse(K(s-1))&*K(s)),evalm(J-inverse(K(s-1))&*K(s))],
[evalm(J-inverse(K(s-1))&*K(s)),evalm(J+inverse(K(s-1))&*K(s))]):
> C:=(s)->Matrix([[exponential(-I*evalm(K(s)*Matrix([[d[s],0],[0,d[s]])))]),NUL],
[NUL,exponential(I*evalm(K(s)*Matrix([[d[s],0],[0,d[s]])))]):
> M:=JJ:
> for j to number-1 do
> M:=evalm((M)*A(j+1)*C(j+1)):
> end do:
> t:=Matrix([[M[1,1],M[1,2]], [M[2,1],M[2,2]]]):
> t:=inverse(t):
> r:=evalm(Matrix([[M[3,1],M[3,2]], [M[4,1],M[4,2]]])&*t):
> reflectivity_up[u,2]:=log10(abs(r[1,1])^2):
> reflectivity_up[u,1]:=k:
> reflectivity_down[u,2]:=log10(abs(r[2,2])^2):
> reflectivity_down[u,1]:=k:
> asymmetry[u,2]:=(abs(r[1,1])^2+abs(r[1,2])^2-abs(r[2,2])^2-abs(r[2,1])^2)/(abs(r[1,1])^2+
abs(r[1,2])^2+abs(r[2,2])^2+abs(r[2,1])^2):
> asymmetry[u,1]:=k:
> k:=k+dk:
> end do:
> writedata(Up,reflectivity_up,float);
> writedata(Down,reflectivity_down,float);
> writedata(As,asymmetry,float);
> p1:=listplot(readdata(Up,float,2), color=blue):
> p2:=listplot(readdata(Down,float,2),color=red,thickness=2):
> listplot(readdata(As,float,2),color=blue,thickness=2);
> display(p1,p2);

```

Figure 14:

Список Литературы

- [1] Zutic I., Fabian O., Das Sarma S. Spintronics: Fundamentals and applications Rev. Mod. Phys. 76, 323 (2004)
- [2] Hirota E., Sakakima H., Inomata K. Giant Magneto-Resistance Devices. Springer (2002)
- [3] Fullerton E.E., Jiang J.S., Bader S.D. Hard/soft magnetic heterostructures: model exchange-spring magnets. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 200, 392 (1999)
- [4] Kronmuller H., Parkin S. Handbook of Magnetism and Advanced Magnetic Materials. Volume 3: Novel Techniques for Characterizing and Preparing Samples. John Wiley and Sons (2007)
- [5] Zabel H. Theis-Brohl K. J. Phys.: Condens. Matter 15, S505 (2003)
- [6] Игнатович В.К. Нейтронная оптика. М., Физматлит (2006)
- [7] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика (нерелятивистская теория). М., Физматлит, (2004)
- [8] Blundell S.J., Bland A.C. Phys. Rev. B, V.46, 6 (1992)