
Курсовая работа

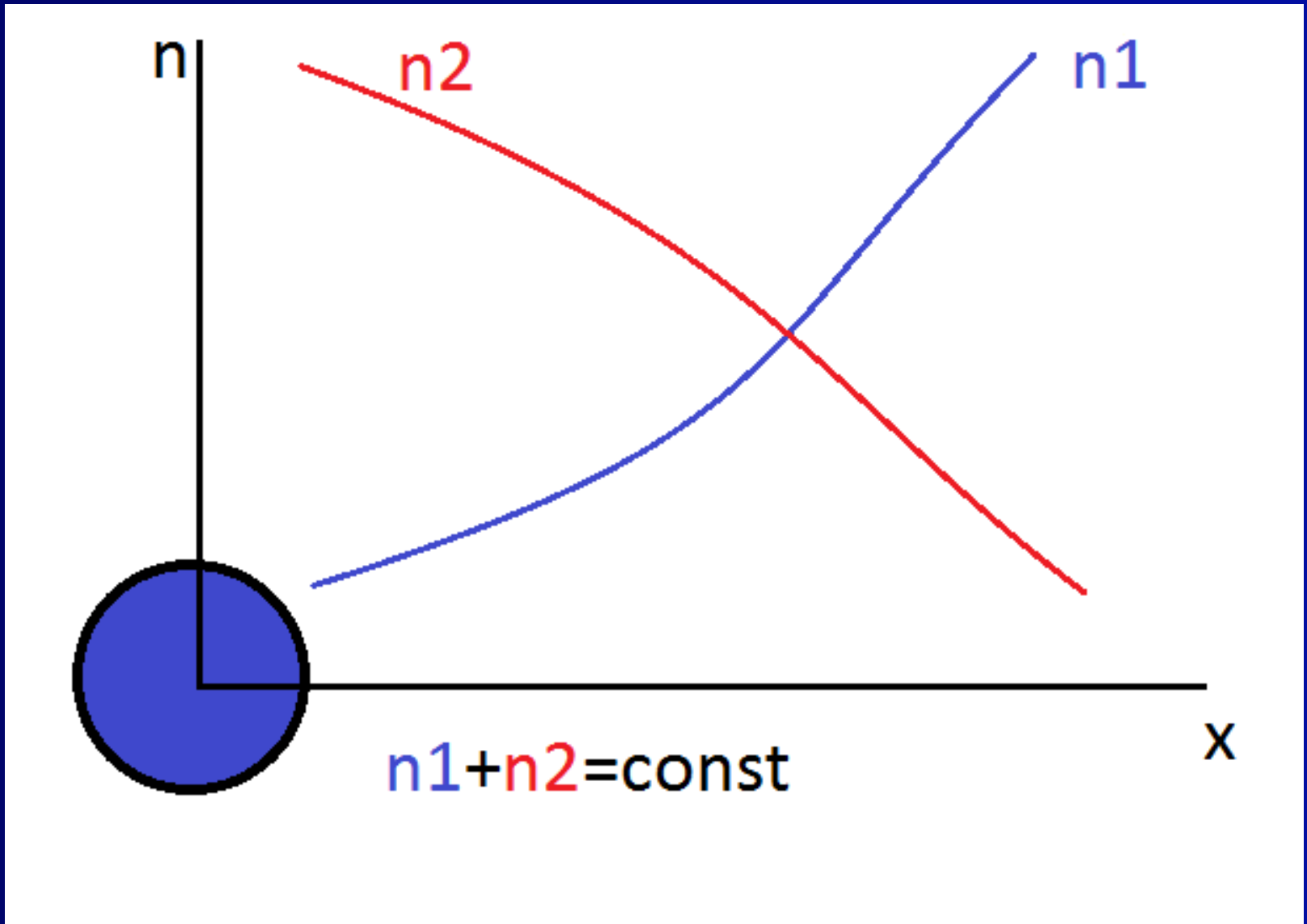
"Влияние концентрационной зависимости
коэффициента диффузии на Стефановское
течение"

Новыйдарсков Никита

28 мая 2010 г.

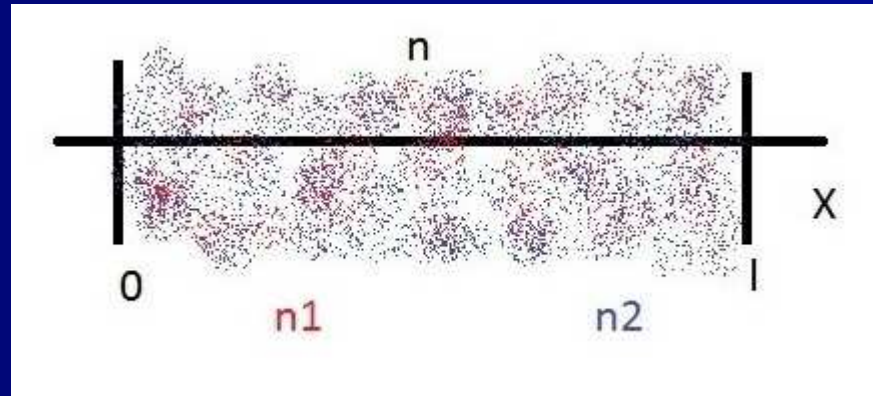
Стефановское течение

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок



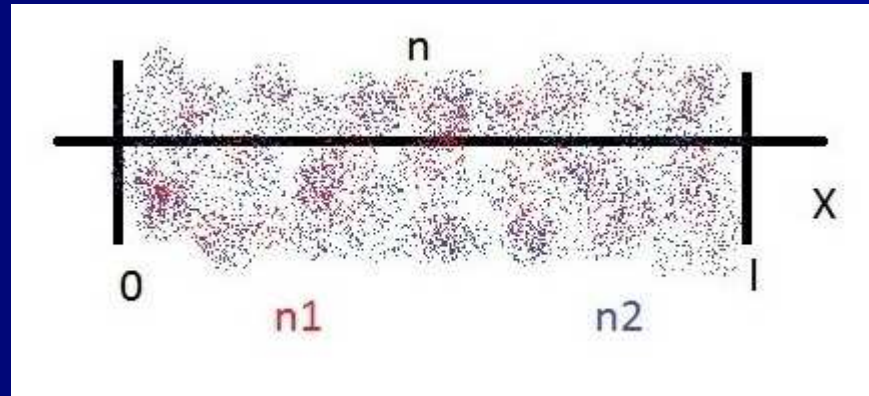
Постановка задачи

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок



Постановка задачи

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок



$$n_1 + n_2 = n = \text{const}$$

Граничные условия:

$$x = 0, n_1 = n_\infty$$

$$x = l, n_1 = n_0$$

Уравнение диффузии

Уравнения диффузии:

$$j_1 = Un_1 - D_{12} \frac{\partial n_1}{\partial x} \quad j_2 = Un_2 - D_{12} \frac{\partial n_2}{\partial x} \quad (1)$$

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

Уравнение диффузии

Уравнения диффузии:

$$j_1 = Un_1 - D_{12} \frac{\partial n_1}{\partial x} \quad j_2 = Un_2 - D_{12} \frac{\partial n_2}{\partial x} \quad (1)$$
$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

Уравнение диффузии

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

Уравнения диффузии:

$$j_1 = Un_1 - D_{12} \frac{\partial n_1}{\partial x} \quad j_2 = Un_2 - D_{12} \frac{\partial n_2}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

$j_2 = 0$ - непроницаемые границы для первого вещества

$j = j_1$ - весь поток это поток второго вещества

Уравнение диффузии

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

Уравнения диффузии:

$$j_1 = Un_1 - D_{12} \frac{\partial n_1}{\partial x} \quad j_2 = Un_2 - D_{12} \frac{\partial n_2}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

$j_2 = 0$ - непроницаемые границы для первого вещества

$j = j_1$ - весь поток это поток второго вещества

для нашей системы уравнение примет вид вид:

$$\frac{\partial j}{\partial x} = 0 \Rightarrow$$

Уравнение диффузии

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

Уравнения диффузии:

$$j_1 = Un_1 - D_{12} \frac{\partial n_1}{\partial x} \quad j_2 = Un_2 - D_{12} \frac{\partial n_2}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

$j_2 = 0$ - непроницаемые границы для первого вещества

$j = j_1$ - весь поток это поток второго вещества

для нашей системы уравнение примет вид вид:

$$\frac{\partial j}{\partial x} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial(nU)}{\partial x} = 0 \Rightarrow U = \text{const}$$

Случай постоянного коэффициента диффузии

Стефановское
течение
Постановка
задачи
Уравнение
диффузии
Случай
постоянного
коэффициента
диффузии
Модельная
зависимость
(Исихара)
Модель длины
свободного
пробега
Модель длины
свободного
пробега
Модель длины
свободного
пробега
Получение
поправок

$$D_{12} = D = \text{const}$$

Случай постоянного коэффициента диффузии

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

$$D_{12} = D = \text{const}$$

$$Un_2 - D \frac{\partial n_2}{\partial x} = 0$$

$$Un_1 - D \frac{\partial n_1}{\partial x} = Un$$

Случай постоянного коэффициента диффузии

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

$$D_{12} = D = \text{const}$$

$$Un_2 - D \frac{\partial n_2}{\partial x} = 0$$

$$Un_1 - D \frac{\partial n_1}{\partial x} = Un$$

$$j = \frac{\ln\left(\frac{n-n_0}{n-n_\infty}\right) Dn}{l}$$

Случай постоянного коэффициента диффузии

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

$$D_{12} = D = \text{const}$$

$$Un_2 - D \frac{\partial n_2}{\partial x} = 0$$

$$Un_1 - D \frac{\partial n_1}{\partial x} = Un$$

$$j = \frac{\ln\left(\frac{n-n_0}{n-n_\infty}\right) Dn}{l}$$

$$j \approx \frac{1}{l} D (n_\infty - n_0) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{n_\infty + n_0}{n}\right)$$

Модельная зависимость (Исихара)

Стефановское
течение
Постановка
задачи
Уравнение
диффузии
Случай
постоянного
коэффициента
диффузии
Модельная
зависимость
(Исихара)
Модель длины
свободного
пробега
Модель длины
свободного
пробега
Модель длины
свободного
пробега
Получение
поправок

$$D_{12} = \frac{D_1 n_2 + D_2 n_1}{n}$$

$$D_i = \frac{1}{3} V_{ti} l_i$$

Модельная зависимость (Исихара)

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

$$D_{12} = \frac{D_1 n_2 + D_2 n_1}{n}$$

$$D_i = \frac{1}{3} V_{ti} l_i$$

$$j_2 = 0 = U n_2 - \left(D_2 + \frac{n_2}{n} (D_1 - D_2) \right) \frac{\partial n_2}{\partial x}$$

Модельная зависимость (Исихара)

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

$$D_{12} = \frac{D_1 n_2 + D_2 n_1}{n}$$

$$D_i = \frac{1}{3} V_{ti} l_i$$

$$j_2 = 0 = U n_2 - \left(D_2 + \frac{n_2}{n} (D_1 - D_2) \right) \frac{\partial n_2}{\partial x}$$

$$j = \frac{D_2 n \ln\left(\frac{n-n_0}{n-n_\infty}\right) + (n_\infty - n_0)(D_1 - D_2)}{l}$$

Модельная зависимость (Исихара)

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

$$D_{12} = \frac{D_1 n_2 + D_2 n_1}{n}$$

$$D_i = \frac{1}{3} V_{ti} l_i$$

$$j_2 = 0 = U n_2 - \left(D_2 + \frac{n_2}{n} (D_1 - D_2) \right) \frac{\partial n_2}{\partial x}$$

$$j = \frac{D_2 n \ln\left(\frac{n-n_0}{n-n_\infty}\right) + (n_\infty - n_0)(D_1 - D_2)}{l}$$

$$j \approx \frac{1}{l} D_1 (n_\infty - n_0) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{D_2}{D_1} \frac{n_\infty + n_0}{n} \right)$$

D_1 отвечает за поток, а D_2 - за поправку

Модель длины свободного пробега

Стефановское
течение
Постановка
задачи
Уравнение
диффузии
Случай
постоянного
коэффициента
диффузии
Модельная
зависимость
(Исихара)
Модель длины
свободного
пробега
Модель длины
свободного
пробега
Модель длины
свободного
пробега
Получение
поправок

$$D_i = \frac{1}{3} V_{ti} l_i$$

V_t -тепловая скорость, l -длина свободного пробега

Модель длины свободного пробега

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

$$D_i = \frac{1}{3} V_{ti} l_i$$

V_t -тепловая скорость, l -длина свободного пробега
длину свободного пробега можно представить ввиде:

$$l_1 = \frac{1}{a_{11}^2 n_1 + a_{12}^2 n_2}$$

$$l_2 = \frac{1}{a_{22}^2 n_2 + a_{21}^2 n_1}$$

$a_{11}, a_{22}, a_{21}, a_{12}$ -характерные параметры взаимодействия частиц.

Модель длины свободного пробега

Стефановское
течение
Постановка
задачи
Уравнение
диффузии
Случай
постоянного
коэффициента
диффузии
Модельная
зависимость
(Исихара)
Модель длины
свободного
пробега
Модель длины
свободного
пробега
Получение
поправок

$$Un_2 - D(n_2) \frac{\partial n_2}{\partial x} = 0$$

Модель длины свободного пробега

Стефановское
течение
Постановка
задачи
Уравнение
диффузии
Случай
постоянного
коэффициента
диффузии
Модельная
зависимость
(Исихара)
Модель длины
свободного
пробега
Модель длины
свободного
пробега
Получение
поправок

$$Un_2 - D(n_2) \frac{\partial n_2}{\partial x} = 0$$

$$\int \frac{D(n_2)}{n_2} dn_2 = Ux$$

Модель длины свободного пробега

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

$$Un_2 - D(n_2) \frac{\partial n_2}{\partial x} = 0$$

$$\int \frac{D(n_2)}{n_2} dn_2 = Ux$$

Коэффициент диффузии имеет вид:

$$D_{12} = \frac{1}{3} \frac{v_{t1} l_1 n_2 + v_{t2} l_2 n_1}{n_1 + n_2}$$

Модель длины свободного пробега

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

$$Un_2 - D(n_2) \frac{\partial n_2}{\partial x} = 0$$

$$\int \frac{D(n_2)}{n_2} dn_2 = Ux$$

Коэффициент диффузии имеет вид:

$$D_{12} = \frac{1}{3} \frac{v_{t1} l_1 n_2 + v_{t2} l_2 n_1}{n_1 + n_2}$$

$$U = \frac{1}{3nl} \left\{ \frac{v_{t2}}{a_{21}^2} \ln\left(\frac{n - n_0}{n - n_\infty}\right) + \frac{v_{t2} a_{22}^2}{a_{21}^2 (a_{21}^2 - a_{22}^2)} \ln\left(\frac{(n - n_0)(a_{21}^2 - a_{22}^2)}{(n - n_\infty)(a_{21}^2 - a_{22}^2)}\right) - \frac{v_{t1}}{(a_{11}^2 - a_{12}^2)} \ln\left(\frac{(n - n_0)(a_{11}^2 - a_{12}^2) - a_{11}^2 n}{(n - n_\infty)(a_{11}^2 - a_{12}^2) - a_{11}^2 n}\right) \right\}$$

Модель длины свободного пробега

Введем обозначения:

$$D_1 = \frac{1}{3} \frac{V_{t1}}{a_{12}^2 n} \quad D_2 = \frac{1}{3} \frac{V_{t2}}{a_{21}^2 n}$$

$$D_1^s = \frac{1}{3} \frac{V_{t1}}{a_{11}^2 n} \quad D_2^s = \frac{1}{3} \frac{V_{t2}}{a_{22}^2 n}$$

Стефановское
течение
Постановка
задачи
Уравнение
диффузии
Случай
постоянного
коэффициента
диффузии
Модельная
зависимость
(Исихара)
Модель длины
свободного
пробега
Модель длины
свободного
пробега
Модель длины
свободного
пробега
Получение
поправок

Модель длины свободного пробега

Введем обозначения:

$$D_1 = \frac{1}{3} \frac{V_{t1}}{a_{12}^2 n} \quad D_2 = \frac{1}{3} \frac{V_{t2}}{a_{21}^2 n}$$

$$D_1^s = \frac{1}{3} \frac{V_{t1}}{a_{11}^2 n} \quad D_2^s = \frac{1}{3} \frac{V_{t2}}{a_{22}^2 n}$$

$$j = \frac{1}{l} n \left(\frac{D_1 D_1^s}{D_1^s - D_1} \ln \left(\frac{n - \left(1 - \frac{D_1}{D_1^s}\right) n_0}{n - \left(1 - \frac{D_1}{D_1^s}\right) n_\infty} \right) - \frac{D_2^2}{D_2 - D_2^s} \right) * \ln \left(\frac{n - \left(1 - \frac{D_2^s}{D_2}\right) n_0}{n - \left(1 - \frac{D_2^s}{D_2}\right) n_\infty} \right) + D_2 \ln \left(\frac{n - n_0}{n - n_\infty} \right)$$

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

Получение поправок

Стефановское
течение
Постановка
задачи
Уравнение
диффузии
Случай
постоянного
коэффициента
диффузии
Модельная
зависимость
(Исихара)
Модель длины
свободного
пробега
Модель длины
свободного
пробега
Модель длины
свободного
пробега
Получение
поправок

$$]n_0, n_\infty \ll n$$

$$\ln(1 + \varepsilon) \approx \varepsilon - \frac{1}{2}\varepsilon^2$$

Получение поправок

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

$$]n_0, n_\infty \ll n$$

$$\ln(1 + \varepsilon) \approx \varepsilon - \frac{1}{2}\varepsilon^2$$

$$j \approx \frac{1}{l}nD_1 \frac{(n_\infty - n_0)}{n} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{(n_\infty + n_0)}{n} \left(1 - \frac{D_1}{D_1^s} + \frac{D_2^s}{D_1}\right)\right)$$

Получение поправок

Стефановское течение
Постановка задачи
Уравнение диффузии
Случай постоянного коэффициента диффузии
Модельная зависимость (Исихара)
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Модель длины свободного пробега
Получение поправок

$$]n_0, n_\infty \ll n$$

$$\ln(1 + \varepsilon) \approx \varepsilon - \frac{1}{2}\varepsilon^2$$

$$j \approx \frac{1}{l}nD_1 \frac{(n_\infty - n_0)}{n} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{(n_\infty + n_0)}{n} \left(1 - \frac{D_1}{D_1^s} + \frac{D_2^s}{D_1}\right)\right)$$

Вывод: При учете влияния Стефановского течения необходимо учесть зависимость коэффициента взаимной диффузии от состава парогазовой смеси.